

PHƯƠNG PHÁP XÂY DỰNG ĐƯỜNG SUY GIẢM DÒNG CHẢY MÙA KIẾT: ÁP DỤNG CHO LƯU VỰC THÀNH MỸ, QUẢNG NAM

Vũ Huy Công, Tô Thúy Nga, Lê Hùng

Trường Đại học Bách Khoa - Đại học Đà Nẵng

Hoàng Trung Anh

Học viên cao học

Tóm tắt: Trong thời gian mùa khô, lượng nước mặt sẽ từ từ mất đi khỏi lưu vực do dòng chảy, bốc hơi, thấm, và các hoạt động khác. Sự suy giảm của dòng chảy trong sông vào mùa kiệt được biết đến như là thuật ngữ “recession” trong thủy văn. Nghiên cứu này sẽ đưa ra một phương pháp đơn giản để xây dựng đường suy giảm mùa kiệt theo các tần suất nhằm hỗ trợ cho công tác dự báo dòng chảy kiệt. Các đường cong suy giảm này được thể hiện dưới dạng các phương trình nên rất thuận lợi cho người sử dụng. Lưu vực được chọn nghiên cứu là lưu vực Thành Mỹ trên sông Vu Gia thuộc miền Trung Việt Nam. Chuỗi số liệu được sử dụng là 35 năm. Kết quả kiểm chứng so với số liệu thực đo cho thấy đường cong suy giảm vừa xây dựng thể hiện độ tin cậy cao. Phương pháp xây dựng này hứa hẹn sẽ là công cụ quan trọng giúp các nhà quản lý có cơ sở để ra các quyết định trong vận hành đặc biệt là ở Việt Nam, nơi dự báo dòng chảy mùa kiệt còn hạn chế và chủ yếu vẫn dựa trên các đường lưu lượng max, min.

Từ khóa: Lưu lượng mùa kiệt, đường cong suy giảm, lưu vực Thành Mỹ

Summary: During the dry season, the streamflow will be removed slowly from the basin due to evaporation, infiltration, and other water use activities. The decrease of discharge in the river in this case is known as “recession”. This study will present a simple method to construct streamflow recession curves based on frequency calculations to support low-flow prediction. In addition, these recession curves are also described in mathematical form by equations, so it is very convenient for users. Thanh My catchment of Vu Gia river in Central Vietnam was selected as the study area. A 35-year data series was used in the analysis. In validation process, this equation shows high reliability in predicting flow data. The method is expected to be an important tool to help managers make decisions in operations, especially in Vietnam, where the low-flow forecasting is still limited, mainly based on the maximum and minimum flow curves.

Keywords: Low-flow, recession curve, Thanh My basin

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Sự giảm dần của lượng nước được lưu giữ trong lưu vực trong các thời kỳ có ít hoặc không có mưa (mùa kiệt) được phản ánh theo dạng của đường cong suy giảm. Tốc độ suy giảm hay hình dạng của đường suy giảm này phụ thuộc vào các đặc điểm của lưu vực. Những dòng sông có lưu lượng suy giảm chậm thường là nơi có nước ngầm hoặc nước trong sông hồ phong

phú, trong khi đó lưu lượng suy giảm nhanh là đặc trưng của các dòng sông chảy xiết từ các lưu vực không thấm với lượng trữ hạn chế. Phần lớn các công trình nghiên cứu trước đây đều tập trung nghiên cứu đường cong suy giảm nhằm mục đích làm rõ những đặc tính của lưu vực, khả năng thoát nước từ các tầng chứa nước, khả năng bốc hơi, hay các thành phần khác của lưu vực thể hiện qua đường cong suy giảm. Ví dụ

Ngày nhận bài: 08/11/2021

Ngày thông qua phản biện: 13/12/2021

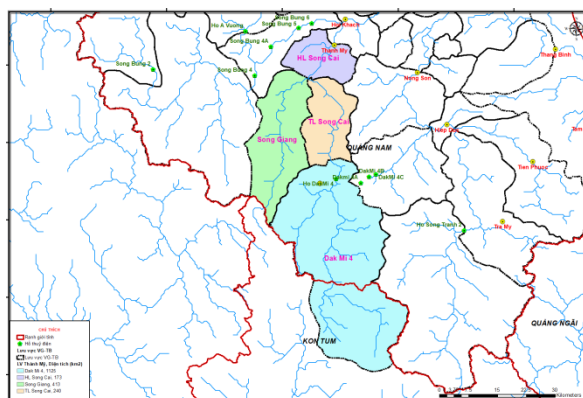
Ngày duyệt đăng: 25/12/2021

các nghiên cứu của Tague and Grant (2004), Biswal and Kumar (2014), Tashie, et al. (2019), Thomas et al. 2013, D. Wang and Cai (2010).

Các nghiên cứu trên cho thấy đường cong suy giảm đã hỗ trợ tích cực trong nghiên cứu chi tiết về các đặc điểm của lưu vực. Tuy nhiên, các nghiên cứu về đường cong suy giảm phục vụ cho công tác dự báo trong quản lý khai thác tài nguyên nước còn nhiều hạn chế. Những nhà quản lý vận hành sẽ quan tâm đến lưu lượng dự báo hơn là khả năng chứa nước của các tầng chứa nước trong lưu vực cũng như là khả năng thoát hơi nước ảnh hưởng đến lưu lượng trong lưu vực như thế nào. Thực vậy, đường cong suy giảm được xem là rất hữu dụng trong lĩnh vực vận hành khai thác tài nguyên nước, bao gồm dự báo dòng chảy kiệt và ước lượng các biến của dòng chảy kiệt tại các địa điểm không đo đạc được. Nghiên cứu của tác giả Reddyvaraprasad (2020) đã chỉ ra rằng việc dự báo được dòng chảy suy giảm là yếu tố then chốt cho việc quản lý tài nguyên nước hiệu quả trong mùa khô, bao gồm các lĩnh vực thiết kế cấp nước, tính toán pha loãng chất thải, hàng hải, và vận hành hồ chứa. Xác định được đường cong suy giảm sẽ hỗ trợ cho công tác dự báo dòng chảy kiệt một cách thuận lợi. Từ đó sẽ giúp các nhà quản lý đưa ra những quyết định thích hợp nhằm giảm thiểu những ảnh hưởng xấu của dòng chảy kiệt.

Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả đề xuất một phương pháp đơn giản để xây dựng đường cong suy giảm phục vụ cho công tác dự báo dòng chảy kiệt như đã đề cập ở trên. Các số liệu thu thập và tính toán được đưa về dưới dạng đường tần suất trước khi xây dựng đường cong suy giảm. Đường cong suy giảm xây dựng theo cách này có tính tổng quát, có thể đem lại hiệu quả cao và thuận lợi trong ứng dụng thực tế. Nó được xây dựng dựa trên đường tần suất và đường tần suất thì được biết đến như là một công cụ hữu hiệu sử dụng rộng rãi trong thiết kế, quy hoạch, và quản lý tài nguyên nước (H. Wang et al. 2001).

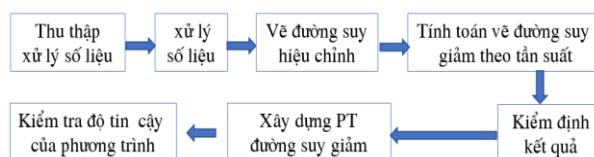
Lưu vực nghiên cứu được áp dụng là lưu vực Thành Mỹ, một lưu vực thuộc thượng lưu sông Vu Gia. Trong những năm gần đây do biến đổi khí hậu, nền nhiệt độ nóng lên, mưa phân bố bất lợi, thay đổi thảm phủ, công trình thủy điện vận hành chuyển nước sang lưu vực khác đã làm thay đổi lớn dòng chảy. Thêm vào đó, việc chưa đảm bảo cân đối lượng nước trữ cho cuối mùa khô do thiếu các dự báo chính xác đã gây nên các đợt hạn hán nghiêm trọng kéo dài cả tháng hoặc nhiều tháng liên tục. Tần suất và mức độ xuất hiện hạn hán, thiếu nước ngày càng gia tăng dẫn đến những tác hại to lớn đối với ngành sản xuất nông lâm ngư nghiệp và môi trường sinh thái, thậm chí thiếu nước sinh hoạt do nhiễm mặn phía hạ lưu, ví dụ như các năm 2013, 2015, 2016, 2019, và 2020. Để giúp cho việc quản lý tài nguyên nước hiệu quả trong mùa kiệt, công tác dự báo tốt dòng chảy là cực kỳ quan trọng giúp các nhà quản lý có thể đưa ra những quyết định phù hợp.



Hình 1: Lưu vực thủy văn Thành Mỹ

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

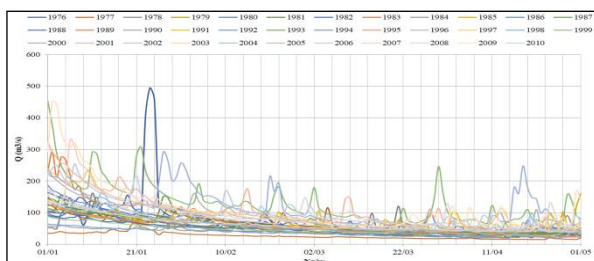
Trong nghiên cứu này, các bước xây dựng đường cong suy giảm được tóm tắt trên hình 2:



Hình 2: Các bước xây dựng đường cong suy giảm

2.1. Thu thập số liệu

Đầu tiên, các số liệu dòng chảy thực đo được thu thập tại trạm thủy văn Thành Mỹ trong thời gian từ năm 1977 đến năm 2010 (35 năm). Độ dài của chuỗi số liệu như vậy là đảm bảo để xây dựng được đường cong suy giảm. Theo quan điểm của Tallaksen (1995) và Perzyna (1993), dữ liệu phải tối thiểu phải 10 năm để tìm ra được đường cong suy giảm. Mùa kiệt được chọn với thời gian từ ngày 1/1 đến ngày 1/5 hằng năm. Hình 3 thể hiện chuỗi lưu lượng thực đo tại trạm Thành Mỹ trong mùa kiệt của liệt tài liệu 35 năm.



Hình 3: Đường quá trình lưu lượng mùa kiệt tại trạm Thành Mỹ

2.2. Xử lý số liệu

Từ hình 3 ở trên ta có một số nhận xét chung về đặc điểm của dòng chảy mùa kiệt như sau:

- + Các dòng chảy có quy luật giảm dần, năm nào có lưu lượng nước đầu mùa kiệt (tại thời điểm 01/01) lớn thì đường suy giảm thường nằm cao hơn những năm có lưu lượng đầu mùa kiệt nhỏ.
- + Đường suy giảm lưu lượng có điểm tăng đột biến trong thời gian do có mưa. Nhưng điểm đáng chú ý là mặc dù tăng lên đột biến nhưng sau đó lưu lượng này lại nhanh chóng giảm xuống giá trị xấp xỉ với giá trị trước trận mưa. Như vậy có thể xem như các trận mưa mùa kiệt ít tác động đến xu thế chung của đường quá trình suy giảm. Từ nhận xét trên, nhóm tác giả thiết bỏ qua các trận mưa trong nghiên cứu này. Giả thiết này cũng phù hợp với nhận xét của các nghiên cứu trước đây khi cho rằng đường suy giảm có hình dạng chính là đường suy giảm của dòng chảy cơ bản, nơi các trận

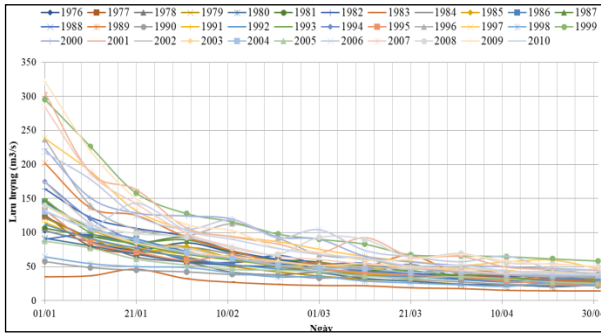
mưa có thể bỏ qua. Biswal (2014) đã đề xuất bỏ qua các dòng bổ sung gây ra bởi các trận mưa trong phân tích đường suy giảm. Nghiên cứu về đường suy giảm viết trên code Matlab của Arciniega cũng tính toán đường suy giảm mà không kể đến trận mưa vào quá trình tính toán (Arciniega-Esparza et al. 2017).

Ngoài ra, hình 3 cũng cho thấy các đường suy giảm thay đổi theo quy luật giảm dần và có xu hướng rõ ràng. Khác với bài toán trong mùa lũ, nơi số liệu được đòi hỏi phải cập nhật liên tục thậm chí theo ngày, theo giờ thì dòng chảy mùa kiệt có số liệu ít biến động hơn. Do đó, để đơn giản ở mỗi tháng nhóm tác giả đề xuất chỉ sử dụng 3 số liệu đại diện, trích xuất tại các ngày 01, 11, 21 để tính toán. Trong thực tế các kế hoạch cấp nước, phát điện hay đảm bảo dòng chảy duy trì môi trường cũng thường căn cứ vào dự báo dòng chảy 10 ngày. Kết quả cuối cùng cho thấy việc đơn giản chuỗi số liệu như vậy vẫn đảm bảo độ tin cậy, điều này sẽ được chứng minh qua phân kiểm định kết quả ở phía sau.

3. KẾT QUẢ

3.1. Vẽ đường suy giảm hiệu chỉnh

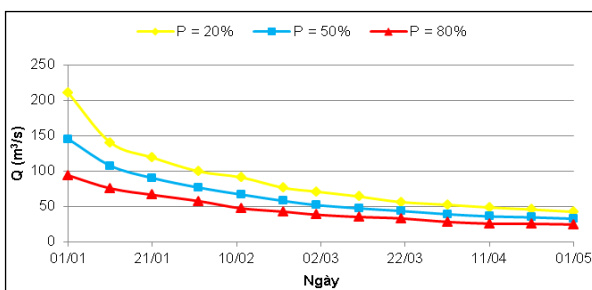
Như đã phân tích ở trên, các trận mưa trong mùa kiệt do không làm thay đổi nhiều xu hướng dòng chảy mùa kiệt nên được loại bỏ trong xử lý số liệu. Giá trị lưu lượng tại vị trí đó được thay bằng giá trị nội suy giữa các lưu lượng trước và sau trận mưa. Hình 4 thể hiện các đường quá trình lưu lượng mùa kiệt của 35 năm (từ ngày 1/1 đến ngày 30/4) sau khi hiệu chỉnh bỏ các trận mưa. Các đường này gần như là những đường con trôn, với các giá trị lưu lượng giảm dần liên tục. Hình vẽ cũng cho thấy, trong thời gian đầu, độ giảm của lưu lượng nhiều hơn thể hiện qua độ dốc của các đường, còn về sau mức độ giảm này cũng giảm dần.



Hình 4: Đường quá trình lưu lượng hiệu chỉnh trạm Thành Mỹ

3.2. Tính toán vẽ đường suy giảm theo tần suất

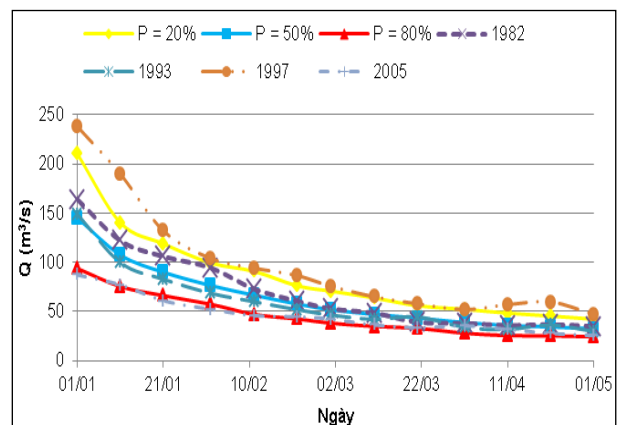
Các số liệu lưu lượng từ các đường cong hiệu chỉnh ở trên được sử dụng để tính toán vẽ các đường tần suất tương ứng với mức $P=20\%$, 50% , 80% . Hình 5 thể hiện đường quá trình suy giảm theo các tần suất 20% , 50% , 80% . Đường tương ứng với tần suất $P=20\%$ thể hiện lưu lượng lớn nhất và phân bố ở trên cùng, trong khi đó đường ứng với $P=80\%$ ở phía dưới cùng. Việc lựa chọn 3 tần suất này nhằm đảm bảo tính đại diện cho các năm nhiều nước, ít nước và trung bình nước. Nếu dòng chảy đầu mùa kiệt rơi vào tần suất từ 35% trở xuống thì có thể xem đây là năm nhiều nước; từ 35% đến 65% thì có xem là năm trung bình nước; ngược lại từ 65% trở lên thì có thể được xem là năm ít nước. Việc phân chia như vậy tạo thuận lợi để phân biệt các năm nhiều, ít và trung bình nước. Ngoài ra, trong quá trình sử dụng đường suy giảm, khi Q đầu mùa rơi vào khoảng giá trị nào thì ta sẽ lấy phương trình tương ứng với khoảng giá trị đó để xác định đường suy giảm, việc này sẽ trình bày kỹ hơn ở phần sau.



Hình 5: Biểu đồ đường suy giảm mùa kiệt trạm Thành Mỹ theo tần suất

3.3. Kiểm định kết quả đường suy giảm

Để tiến hành kiểm định đường cong suy giảm theo tần suất, ta lấy lưu lượng thực đo tại các năm có lưu lượng đầu mùa kiệt nằm ở trong các khoảng tần suất đã vẽ và tiến hành so sánh. Kết quả cho thấy các năm 1997, 2005, 1982 có lưu lượng đầu mùa kiệt tương ứng với các tần suất lần lượt là 20% , 80% , và 50% . Kết quả so sánh này được thể hiện trên hình 6. Đối với năm 1997, đường lưu lượng thực đo nằm khá sát đường dự báo tần suất 20% . Riêng đoạn từ ngày 1/1 đến ngày 10/1, sai khác nhiều do ảnh hưởng bởi mưa và lũ cuối mùa lũ năm 1997, làm cho lưu lượng trong thời gian đầu ở mức cao hơn so với giá trị của đường $P=20\%$. Các năm 1982, và 2005, đường lưu lượng thực đo bám sát đường 80% và 50% . Kết quả cho thấy các đường thực đo và đường suy giảm theo tần suất bám sát nhau và quá trình suy giảm phù hợp với xu thế chung. Kết quả so sánh cụ thể được thể hiện trên bảng 1. Hệ số Nash và hệ số tương quan được thể hiện trên bảng 2. Các hệ số đạt được đều ở mức cao và điều này chứng tỏ biểu đồ đường suy giảm theo tần suất khá phù hợp cho việc dự báo dòng chảy đến.



Hình 6: Biểu đồ kiểm định đường suy giảm trạm Thành Mỹ

Bảng 1: Đánh giá kết quả sai khác giữa lưu lượng thực đo và lưu lượng

dự báo tại đầu thời kỳ mùa kiệt (đơn vị: m³/s)

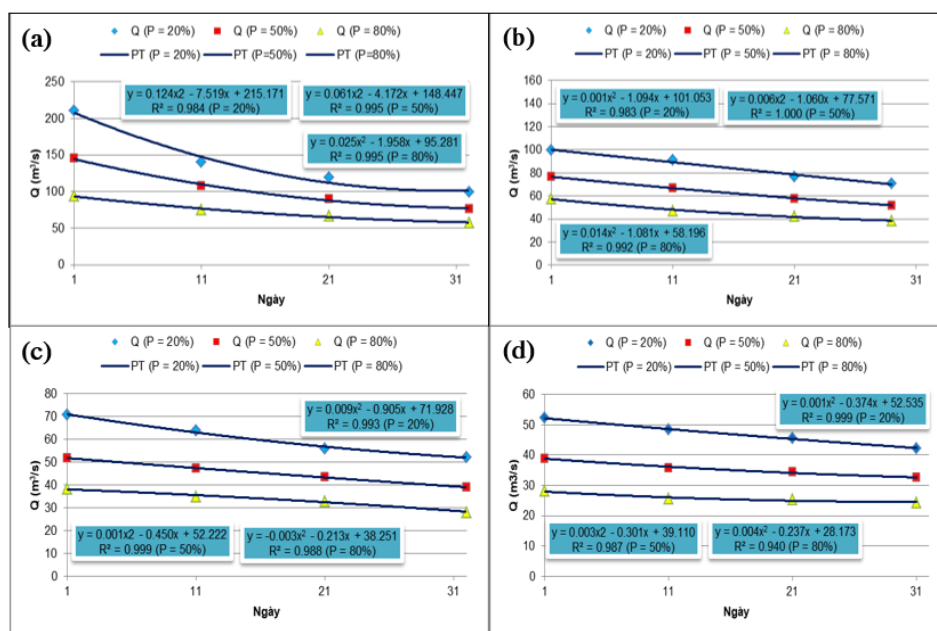
Ngày	1982		1997		2005	
	Q _{td}	Q _{tt}	Q _{td}	Q _{tt}	Q _{td}	Q _{tt}
01/01	164,0	164,0	238,0	238,0	87,2	87,2
06/01	137,0	145,3	189,0	204,7	76,6	78,3
11/01	122,0	129,6	215,0	177,7	77,2	70,6
16/01	113,0	117,0	150,0	156,8	66,7	64,2
21/01	106,0	107,4	132,0	142,2	61,0	59,0
26/01	89,8	100,9	122,0	133,7	56,2	55,1
01/02	103,0	97,1	104,0	131,5	52,3	52,1
06/02	79,0	92,0	104,0	126,0	49,1	47,2
11/02	73,0	87,2	94,2	120,7	45,9	42,9
16/02	68,0	82,7	90,4	115,3	45,6	39,4
21/02	60,7	78,5	86,7	110,0	44,8	36,6
Ngày	1982		1997		2005	
	Q _{td}	Q _{tt}	Q _{td}	Q _{tt}	Q _{td}	Q _{tt}
01/03	52,8	72,4	75,6	101,7	42,4	33,6
06/03	60,7	70,2	70,2	97,5	41,6	32,4
11/03	48,5	68,1	65	93,7	36,4	31,1
16/03	43,5	65,9	73,8	90,4	36,4	29,6
21/03	39,2	63,9	58	87,5	44,5	28,0
26/03	37,4	61,9	55,5	85,1	47,8	26,2
01/04	38	59,5	52,1	82,8	35,5	23,9
06/04	38	58,1	55,5	81,0	33,8	22,3
11/04	52,8	56,9	70,2	79,2	31,9	20,6
16/04	37,4	55,8	60,6	77,5	29,9	19,0
21/04	36,8	54,8	59,8	75,8	27,8	17,4
26/04	47,9	54,0	52,9	74,2	30,8	15,7
01/05	35	53,4	68,5	72,6	31,9	14,1

Bảng 2: Đánh giá độ tin cậy kết quả dự báo theo đầu mùa kiệt trạm Thành Mỹ

Năm	Nash	Tương quan R ²
1982	0,780	0,967
1997	0,769	0,961
2005	0,558	0,965

3.4. Xây dựng phương trình đường suy giảm

Để thực hiện dự báo lưu lượng mùa kiệt ta tiến hành xây dựng phương trình tương quan theo chuỗi thời đoạn 1 tháng dựa vào kết quả tính toán tần suất 20%, 50%, 80% ở trên. Thời đoạn tính toán từ ngày 1/1 đến ngày 1/5 trong thời gian bốn tháng. Các phương trình suy giảm tương ứng với từng tháng được thể hiện trên hình 7.



Hình 7: Biểu đồ phương trình đường suy giảm mùa kiệt tại tháng 1(a); 2(b); 3(c); 4(d)

3.5. Đánh giá độ tin cậy phương trình đường suy giảm

Dựa vào các phương trình dự đoán được xây dựng ở trên ta tiến hành dự báo thử cho một vài năm. Kết quả so sánh lưu lượng ban đầu cho thấy các năm 1982 sẽ dự đoán theo phương

trình tần suất 50%; năm 1997 dự đoán theo phương trình tần suất 20%; và năm 2005 dự đoán theo phương trình tần suất 80%. Kết quả thực đo và kết quả dự đoán theo phương trình được thể hiện trên các bảng 3. Trong đó, Q_{td} , Q_{pt} lần lượt là lưu lượng thực đo và lưu lượng tính toán từ phương trình.

Bảng 3: Đánh giá kết quả sai khác giữa lưu lượng thực đo và lưu lượng dự báo theo tháng trạm Thành Mỹ (đơn vị: m³/s)

Ngày	1982		1997		2005	
	Q_{td}	Q_{pt}	Q_{td}	Q_{pt}	Q_{td}	Q_{pt}
01/01	164,0	164,0	238,0	238,0	87,2	87,2
06/01	137,0	145,3	189,0	204,7	76,6	78,3
11/01	122,0	129,6	215,0	177,7	77,2	70,6
16/01	113,0	117,0	150,0	156,8	66,7	64,2
21/01	106,0	107,4	132,0	142,2	61,0	59,0
26/01	89,8	100,9	122,0	133,7	56,2	55,1
01/02	103,0	94,4	104,0	104,0	52,3	52,3
06/02	79,0	89,3	104,0	98,6	49,1	47,4
11/02	73,0	84,5	94,2	93,2	45,9	43,2
16/02	68,0	80,0	90,4	87,8	45,6	39,7
21/02	60,7	75,8	86,7	82,6	44,8	36,8
26/02	57,5	72,0	83,0	77,3	39,3	34,7
01/03	52,8	52,8	75,6	75,6	42,4	42,4

Ngày	1982		1997		2005	
	Q _{td}	Q _{pt}	Q _{td}	Q _{pt}	Q _{td}	Q _{pt}
06/03	60,7	50,6	70,2	71,4	41,6	41,2
11/03	48,5	48,4	65	67,6	36,4	39,9
16/03	43,5	46,3	73,8	64,3	36,4	38,4
21/03	39,2	44,2	58	61,5	44,5	36,8
26/03	37,4	42,2	55,5	59,1	47,8	35,1
01/04	38	38,0	52,1	52,1	35,5	35,5
06/04	38	36,6	55,5	50,3	33,8	33,9
11/04	52,8	35,4	70,2	48,5	31,9	32,2
16/04	37,4	34,3	60,6	46,7	29,9	30,6
21/04	36,8	33,3	59,8	45,1	27,8	29,0
26/04	47,9	32,5	52,9	43,4	30,8	27,3
01/05	35	31,7	68,5	41,5	31,9	25,4

Bảng 4: Đánh giá độ tin cậy kết quả dự báo theo tháng trạm Thành Mỹ

Năm	Nash	Tương quan R ²
1982	0,909	0,959
1997	0,907	0,961
2005	0,896	0,960

Từ bảng 4 cho thấy chỉ số Nash và hệ số tương quan R² trong việc dự báo theo tháng đều đạt mức cao (> 0,9) và dự báo tại đầu thời kì mùa kiệt đạt mức tốt (>0,75). Riêng năm 2005, kết quả mô phỏng dự báo cho hệ số Nash chỉ đạt 0,558 ở mức trung bình. Điều này là do đầu thời kỳ mùa kiệt năm này khi vừa kết thúc trận lũ lại tiếp tục có lượng mưa bổ sung ở tháng 1.

Để dự báo lưu lượng ở một thời điểm bất kỳ trong mùa kiệt, dựa vào kết quả tính toán quá trình lưu lượng từ đầu mùa kiệt đến thời điểm đang xét và xác định vị trí trên biểu đồ đường suy giảm rồi để áp dụng các phương trình tương ứng. Từ đó có thể dự báo được xu thế thay đổi lưu lượng trong thời gian còn lại của mùa kiệt và giúp đưa ra kế hoạch sử dụng nước hiệu quả. Trong nghiên cứu này nhóm tác giả chỉ xây dựng cho 3 đường tần suất đại diện. Nếu giá trị lưu lượng rơi vào các đường tần suất chưa được xây dựng thì việc dự báo vẫn tiến hành được

theo phương pháp nội suy hoặc lấy theo đường đặc trưng của khoảng, tuy nhiên độ chính xác có thể giảm xuống. Cụ thể nếu Q đầu mùa rơi vào khoảng phạm vi tần suất từ 5% đến 35% thì kiến nghị sử dụng phương trình tần suất 20%; nếu Q đầu mùa rơi vào khoảng từ 35% đến 65% thì có thể sử dụng phương trình tần suất 50%; còn trên 65 % thì sử dụng phương trình tần suất 80%.

4. KẾT LUẬN

Bài báo này đã nghiên cứu đề xuất được phương pháp xây dựng biểu đồ đường suy giảm dòng chảy mùa kiệt và áp dụng thành công cho lưu vực Thành Mỹ. Các đường suy giảm được xây dựng theo các tần suất tính toán với các số liệu đo đạc trong thời gian dài nên có tính tổng quát cao, độ tin cậy lớn. Ngoài ra các đường suy giảm này được lượng hóa dưới dạng các phương trình nên rất thuận lợi và tránh sai số chủ quan khi sử dụng. Việc xây dựng thành công biểu đồ đường suy giảm mùa kiệt sẽ là cơ sở để dự báo dòng chảy thời kỳ mùa kiệt, phục vụ cho việc lập kế hoạch sử dụng nước một cách hiệu quả. Mặt khác nghiên cứu cũng cho thấy phương pháp đề xuất xây dựng đơn giản và có thể áp dụng cho các lưu vực khác từ đó nâng cao khả năng dự báo dòng chảy mùa kiệt của lưu vực đó.

LỜI CẢM ƠN

Bài báo nghiên cứu này được nhận được sự hỗ trợ từ Bộ Giáo dục và Đào tạo thông qua đề tài mang mã số B2021-DNA-13.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Arciniega-Esparza, Saúl, José Agustín Breña-Naranjo, Adrián Pedrozo-Acuña, and Christian Mario Appendini. 2017. "HYDRORECESSION: A Matlab Toolbox for Streamflow Recession Analysis." *Computers & Geosciences* 98: 87–92.
- [2] Biswal, Basudev, and D Nagesh Kumar. 2014. "What Mainly Controls Recession Flows in River Basins?" *Advances in Water Resources* 65: 25–33.
- [3] Biswal, Basudev, and D Nagesh Kumar. 2014. "Study of Dynamic Behaviour of Recession Curves." *Hydrological Processes* 28 (3): 784–92.
- [4] Perzyna. 1993. "Parameter Estimation from Short Observations of Low Flows: In Derived Frequency Distributions for Low Flows; Inst. Geophys., University of Oslo."
- [5] Reddyvaraprasad, Chillara, Swagat Patnaik, and Basudev Biswal. 2020. "Recession Flow Prediction in Gauged and Ungauged Basins by Just Considering Past Discharge Information." *Hydrological Sciences Journal* 65 (1): 21–32.
- [6] Tague, Christina, and Gordon E Grant. 2004. "A Geological Framework for Interpreting the Low-flow Regimes of Cascade Streams, Willamette River Basin, Oregon." *Water Resources Research* 40 (4).
- [7] Tallaksen, L M. 1995. "A Review of Baseflow Recession Analysis." *Journal of Hydrology* 165 (1–4): 349–70.
- [8] Tashie, Arik, Charles I Scaife, and Lawrence E Band. 2019. "Transpiration and Subsurface Controls of Streamflow Recession Characteristics." *Hydrological Processes* 33 (19): 2561–75.
- [9] Thomas, Brian F, Richard M Vogel, Charles N Kroll, and James S Famiglietti. 2013. "Estimation of the Base Flow Recession Constant under Human Interference." *Water Resources Research* 49 (11): 7366–79.
- [10] Wang, Dingbao, and Ximing Cai. 2010. "Recession Slope Curve Analysis under Human Interferences." *Advances in Water Resources* 33 (9): 1053–61.
- [11] Wang, Hao, Dayong Qin, Jiliang Sun, and Jianhua Wang. 2001. "Study on the General Model of Hydrological Frequency Analysis." *Science in China Series E: Technological Sciences* 44 (1): 52–61.