PHÂN TÍCH ẢNH HƯỞNG CỦA HIỆU ỨNG PHI TUYẾN P-DELTA ĐẾN KẾT CÂU NHÀ CAO TẦNG CHỊU TẢI TRỌNG NGANG LỚN

ANALYSIS OF NONLINEAR P - DELTA EFFECT ON HIGH-RISE BUILDING STRUCTURES SUBJECTED TO LARGE LATERAL LOADS

Phạm Tiến Cường, Nguyễn Văn Thông

¹ Khoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Giao thông Vận tải TP. Hồ Chí Minh cuong.pham@ut.edu.vn

Tóm tắt: Nghiên cứu này nhằm mục đích cho thấy ảnh hưởng của hiệu ứng P - Delta đối với các kết cấu xây dựng cao tầng chịu tải trọng lớn như động đất có cường độ cao (từ cấp 8 theo thang MSK-64) khi phân tích theo Eurocode 8. Các mô hình toán học và mô hình số cho hiệu ứng P - Delta được thiết lập trước cho phần tử thanh tổng quát (hai nút, sáu bậc tự do). Năm mô hình tòa nhà cao tầng với chiều cao tăng dần được phân tích theo phần mềm kết cấu ETABS dựa trên mô hình số Phần tử hữu hạn được giới thiệu trong nghiên cứu. Các tòa nhà được xây dựng ở khu vực có khả năng động đất cao, như vùng Tây Bắc Việt Nam. Hai trường hợp khảo sát là không có và có kể hiệu ứng P-Delta. Tiêu chuẩn kháng chấn, TCVN 9386: 2012 (dựa trên Eurocode 8) được sử dụng để xác định tải trọng động đất theo phương pháp phân tích phổ phản ứng dao động.

Kết quả thu được từ việc phân tích hai trường hợp, có và không có P - Delta cho năm mô hình được so sánh về chu kỳ dao động, tần số dao động, chuyển vị và nội lực (mô ment). Kết quả so sánh cho thấy rằng cường độ của hiệu ứng P-delta được tăng theo sự gia tăng chiều cao của tòa nhà. Từ kết quả nghiên cứu nhiều mô hình, nhóm khuyến nghị nên đưa hiệu ứng P - Delta vào thiết kế các tòa nhà chịu tải động đất khi có hơn 25 tầng.

Từ khóa: Hiệu ứng P-delta, tải trọng động đất, phân tích phi tuyến kết cấu, nhà cao tầng, phổ phản ứng.

Chỉ số phân loại: 2.4

Abstract: This research aims to show the impact of P-Delta (the second order effect) on high-rise building structures subjected to large lateral load such as seismic load with relatively large scale of magnitude in accordance with Eurocode 8. The mathematical and numerical models for the P-Delta problem is first set up for general type of element, then analyzed five models of high rise buildings using the structural software of ETABS. The buildings are constructed in highly sensitive earthquake area as in the North-West of Vietnam. The Vietnam code, TCVN 9386: 2012 (based on Eurocode 8) is used to determine the seismic loads using method of Modal response spectrum analysis.

Results obtained from the analysis of two cases, with and without P-Delta for five models are compared in terms of corresponding periods, displacement and internal force (moment). The comparison shows that magnitude of P-delta effects is increased with the increase of the height of the building. From the research's results, it is recommended that P-Delta effect should be included in design of buildings subjected to earthquake loading when it has more than 25 stories.

Keywords: *P* - *Delta effect, seismic loads, nonlinear analysis of structures, high-rise buildings, response spectrum.*

Classification number: 2.4

1. Giới thiệu

Phân tích kết cấu có kế đến hiệu ứng P-Delta (second order effects) đã được quy định trong một số tiêu chuẩn thiết kế trên thế giới như ACI 318-2014 của Viện bê tông Hoa Kỳ (tại chương 6), các Tiêu chuẩn Châu Âu như Tiêu chuẩn thiết kết cấu bê tông EuroCode 2 (tại chương 5), Tiêu chuẩn thiết kết kháng chấn EuroCode 8 v.v... Các phần mềm phân tích kết cấu như SAP2000, ETABS, MIDAS Civil hay STAAD Pro cũng có khả năng phân tích và kể đến hiệu ứng bậc hai này.

Một số tác giả đã nghiên cứu về P-Delta, đáng kể là Edward L. Wilson, 2002 [1] đã xây dựng mô hình và tính năng này cho bộ phần mềm kể trên, SAP2000 [2] và ETABS [3], trong đó tác giả có đề xuất ma trận phi tuyến hình học trong ma trận độ cứng tổng thể K. Ngoài ra có thể kể đến Manasa C K và Manjularani P, 2017 [4] đã phân tích ảnh hưởng của gió đến nhà cao tầng bằng phân tích P-Delta. Các tác giả T.J. Sullivan, T.H. Pham và G.M. Calvi, 2008 [5] khi phân tích tòa nhà cao tầng có kể P-Delta, dưới tác dụng của động đất theo phổ phản ứng.

Tại Việt Nam, nhóm tác giả chưa tìm thấy các nghiên cứu được công bố về P -Delta trong thiết kế nhà cao tầng chịu tải ngang lớn như động đất mặc dù TCVN 9386: 2012 "Thiết kế công trình chịu động đất" [6] có quy định về việc phải kể đến P-Delta.

2. Hiệu ứng phi tuyến P-Delta và mô hình tính

2.1. Khái niệm về hiệu ứng P-Delta

Hiệu ứng P - Delta thuộc phi tuyến hình học xảy ra do ứng suất gây nén, hoặc kéo trong thanh lớn làm cho thanh dễ bị uốn khi chịu thêm tải trọng ngang. Chuyển vị ngang của kết cấu làm tăng thêm giá trị mô men uốn. Có thể khảo sát hiệu ứng P - Delta qua bài toán dầm console có hình dạng và kích thước trên hình 1.



Hình 1. Hiệu ứng P-Delta của thanh chịu nén [7].

Khi ứng suất trong dầm do P gây ra còn nhỏ, chuyển vị trong thanh bé, có thể bỏ qua, khi đó mô men trong dầm được xác định trên mô hình không biến dạng, chỉ do lực ngang Fgây ra và sẽ có giá trị lớn nhất tại ngàm Atheo biểu thức (1) như sau:

$$M_A = FL \tag{1}$$

Khi lực nén *P* lớn, hoặc dầm có độ mảnh lớn, chuyển vị và biến dạng trong dầm lớn, không thể bỏ qua, khi đó nội lực (mô men) phải được xác định từ mô hình có biến dạng (phi tuyến hình học). Mô men lớn nhất tại A sẽ tăng thêm giá trị bằng tích số của P và chuyển vị ngang Δ , được tính theo (2):

$$M_A = FL + P\Delta \tag{2}$$

Hình 2 thể hiện biểu đồ mô men trong dầm cho hai trường hợp không (nét đứt) và có (nét liền) kể đến P - Delta.



Hình 2. Biểu đồ mô men trong dầm.

2.2. Khái niệm về độ cứng hình học (Geometric Stiffness)

Khi một thanh thẳng, mảnh, chịu một lực nén lớn, nó có thể bị mất ổn định (failure of buckling). Ở trạng thái gần mất ổn định, độ cứng ngang của thanh giảm đi đáng kể, và lúc này nếu thanh chỉ cần chịu thêm một tải ngang nhỏ thì nó có thể mất ổn định. Dạng ứng xử mất ổn định này liên quan đến sự thay đổi độ cứng hình học (geometric stiffness) của kết cấu. Như vậy có thể thấy rằng độ cứng hình học của thanh phụ thuộc vào tải trọng (lực nén) tác dụng lên kết cấu.

Để xây dựng độ cứng hình học, xét một trường hợp đơn giản – một dây cáp nằm ngang, chiều dài L, chịu lực căng ban đầu Ttại hai đầu i và j, như được thể hiện trên hình 3. Nếu dây căng chịu chuyển vị ngang u_i và u_j tại hai đầu, khi đó tương ứng sẽ có các lực phát sinh ngang F_i và F_j tại hai đầu để đảm bảo điều kiện cân bằng tại vị trí mới. Giả thiết chiều dương của lực và chuyển vị là hướng lên như trên hình 3. Đồng thời cũng giả thiết chuyển vị nhỏ để không làm thay đổi lực căng T trong dây cáp.



Hình 3. Mô hình thanh chịu kéo đúng tâm [1].

Phương trình cân bằng mô men lấy đối với điểm *j* cho hệ lực tác dụng vào dây cáp ở trạng thái sau biến dạng, ta được:

$$F_i = \frac{T}{L} \left(u_i - u_j \right) \tag{3}$$

Phương trình cân bằng lực theo phương đứng như sau:

$$F_j = -F_i \tag{4}$$

Kết hợp (3) và (4), sau đó viết dưới dạng ma trận [1], ta được

$$\frac{T}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i \\ F_j \end{bmatrix}$$
(5)

Biểu thức (5) có thể được viết dưới dạng thu gọn:

$$\boldsymbol{K}_{G}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F}_{G} \tag{6}$$

Trong (6) các đại lượng ma trận và vector được viết lại và định nghĩa như sau:

Ma trận độ cứng hình học:

$$\boldsymbol{K}_{G} = \frac{T}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Vector chuyển vị nút:

$$\boldsymbol{u} = \begin{cases} \boldsymbol{u}_i \\ \boldsymbol{u}_j \end{cases} \tag{8}$$

(7)

Vector tải phần tử:

$$\boldsymbol{F}_{G} = \begin{cases} \boldsymbol{F}_{i} \\ \boldsymbol{F}_{j} \end{cases} \tag{9}$$

Ma trận độ cứng hình học K_G không phụ thuộc vào đặc trưng vật liệu (mô đun đàn hồi) mà là hàm số của lực nén T và chiều dài thanh L.

Trường hợp thanh chịu uốn (dầm) có mô hình thể hiện trên hình 4 khi đó (5) viết cho trường hợp này như sau [8]:

Trong đó ma trận độ cứng hình học K_G có dạng:



Hình 4. Mô hình FEM cho thanh chiu uốn.

Ma trận độ cứng đàn hồi (vật liệu) của thanh chịu uốn (dầm) như đã biết, được viết:

Trường hợp nếu có kể đến biến dạng dọc trục (các chuyển vị u_1 , u_2) thì ma trận độ cứng phải được cộng thêm thành phần độ cứng dọc trục K_A :

Như vậy ma trận độ cứng tổng thể trong mô hình FEM của thanh chịu nén và uốn đồng thời có kể đến hiệu ứng P - Delta được tính bằng tổng ba độ cứng ở trên và được viết như sau:

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{K}_G + \boldsymbol{K}_E + \boldsymbol{K}_A \tag{14}$$

Phương trình cân bằng phần tử được viết dạng thu gọn:

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F} \tag{15}$$

Trong đó các vector chuyển vị và tải nút được viết lại:

$$\boldsymbol{u} = \left\{ u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5 \quad u_6 \right\}^T$$
(16)

$$\boldsymbol{F} = \left\{ \boldsymbol{T}_1 \quad \boldsymbol{T}_2 \quad \boldsymbol{F}_1 \quad \boldsymbol{F}_2 \quad \boldsymbol{M}_1 \quad \boldsymbol{M}_2 \right\}^T \quad (17)$$

Thành phần nội lực (gây kéo/nén) T được xác định theo biểu thức sau (Định luật Hooke):

$$T = \frac{EA}{L} \left(u_2 - u_1 \right) \tag{18}$$

Tuy nhiên, do các ẩn số, chuyển vị u_1 , u_2 chưa biết nên (15) trở nên phi tuyến. Để giải phương trình trên người ta thường dùng phương pháp Newton - Raphson. Nghiệm gần đúng tại bước lặp n+1 của phương trình phi tuyến, $f(x_n) = 0$ theo phương pháp Newton - Raphson được tìm theo công thức [9]:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$
(19)

3. Hiệu ứng phi tuyến P-Delta đối với kết cấu nhà cao tầng chịu tải động đất

3.1. Khái quát mô hình phân tích

Mô hình phân tích hiệu ứng phi tuyến bậc hai (second - order effect) P - Delta cho công trình cao tầng chịu tải ngang lớn, mà đối tương được phân tích là các cấu kiên thẳng đứng (côt, vách), có kể ma trân đô cứng hình học (K_G), tính theo (11) vào ma trận độ cứng tổng thể **K** theo (14). Lực nén Tđược tính trên cơ sở tải thẳng đứng (Tĩnh tải và hoat tải sử dung trên sàn và cầu thang). Hàm dạng biểu thị đường đường cong biến dạng của phần tử có dạng đa thức bậc 3. Biến dang doc truc (ε) trong côt được xem là bé. Vật liệu là đàn hồi tuyến tính khi phân tích (E = const). Như vậy mô hình phân tích là phi tuyến về hình hoc (Geometric nonlinearity).

3.2. Áp dụng P-Delta cho kết cấu nhà cao tầng chịu tải trọng động đất

Đế làm rõ sự ảnh hưởng của hiệu ứng phi tuyến bậc 2 P - Delta đối với nhà cao tầng kết cấu bê tông cốt thép dưới tác dụng của tải ngang lớn – tải động đất, nhóm tác giả lựa chọn một công trình cao tầng được xây dựng tại vùng có cường độ động đất mạnh, khu vực Điện Biên. Công trình được phân tích với nhiều trường hợp có số tầng khác nhau trong khi giữ độ cứng không đổi theo chiều cao để thấy rõ ảnh hưởng của P - Delta theo chiều cao nhà. Đồng thời so sánh kết quả phân tích của hai trường hợp có và không có P - Delta. Vật liệu bê tông dùng cho công trình lấy theo TCVN 5574: 2012. Bê tông B30. Phần mềm ETABS V2016 được sử dụng để phân tích kết cấu công trình.

3.2.1. Thông tin công trình

Công trình là tòa nhà văn phòng được xây dựng tại Điện Biên (hình 5), là công trình cấp I, kết cấu chịu lực là hệ khung – vách; hai thang máy và số tầng từ 15 đến 35 tầng.



Hình 5. Bản đồ phân vùng gia tốc nền [6].

3.2.2. Các mô hình phân tích

Năm mô hình sẽ được lựa chọn để phân tích, lần lượt có số tầng là 15, 20, 25, 30 và 35 tầng có tên thể hiện trong bảng 1.

Bảng 1. Thông tin và kí hiệu các mô hình.

Số tầng	15	20	25	30	35
Có P-	15F-	20F-	25F-	30F-	35F-
Delta	Del	Del	Del	Del	Del
Không	15F-	20F-	25F-	30F-	35F-
P-Delta	WoDel	WoDel	WoDel	WoDel	WoDel

3.2.3. Số liệu dùng thiết kế kháng chấn

Theo tiêu chuẩn TCVN 9386:2012, công trình xây dựng tại Mường Lay – Điện Biên có đỉnh gia tốc nền $a_{gR} = 0.1516g \text{ (m/s}^2) > 0.08g \text{ (m/s}^2)$, thuộc vùng có cấp động đất cấp VIII (theo thang MSK-64) và là vùng động đất mạnh, do đó cần thiết kế kháng chấn cho công trình. Công trình thuộc cấp I nên hệ số

tầm quan trọng lựa chọn thiết kế $\gamma_l = 1.25$, tính được gia tốc nền thiết kế $a_g = 1.859$ m/s². Phương pháp phân tích, tính toán tải trọng động đất là Phổ phản ứng dạng dao động. Với phổ gia tốc thiết kế được tính toán như sau: $a_g = 1.859$ m/s²; S = 1.15; $T_B = 0.2$ s; $T_C = 0.6$ s; $T_D = 2s$; $\beta = 0.2$

52

q là hệ số ứng xử lấy theo mục 5.2.2.2 của TCVN 9386: 2012 (trang 83 - 85) như sau:

$$q = q_o \times k_w = (3.0 \times \alpha_u / \alpha_1) \times k_w$$
$$= (3.0 \times 1.2) \times 1.0 = 3.6 \ge 1.5$$

Phổ gia tốc nền thiết kế được tính như sau:

$$0 \le T \le T_B : S_d(T) = a_g \times S \times \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \times \left(\frac{2.5}{q} - \frac{2}{3}\right)\right]$$
$$T_B \le T \le T_C : S_d(T) = a_g \times S \times \frac{2.5}{q}$$
$$T_C \le T \le T_D : S_d(T) = a_g \times S \times \frac{2.5}{q} \times \frac{T_C}{T}$$
$$T_D \le T : S_d(T) = a_g \times S \times \frac{2.5}{q} \times \frac{T_C \times T_D}{T^2}$$

Phổ gia tốc nền thiết kế được biểu diễn trên hình 6.



Hình 6. Phổ gia tốc nền thiết kế của công trình

3.2.4. Kết quả phân tích

3.2.4.1. Kết quả dao động riêng (tự nhiên)

Hình 7 thể hiện ba dạng dao động (Eigenvector analysis) đầu tiên của mô hình 20 tầng. Như dễ thấy, mode 1 là dao động thẳng (tịnh tiến) theo phương X, do phương này có độ cứng nhỏ hơn phương Y. Mode 3 là dao động xoắn quanh tâm cứng.



Hình 7. Kết quả phân tích ba dạng dao động đầu tiên (Mô hình: 20F - Del).

3.2.4.2. So sánh các đặc trưng dao động của các mô hình

So sánh các đặc trưng dao động của các mô hình phân tích (thay đổi theo số tầng). Để so sánh tần số và chu kỳ dao động riêng cho các mode dao động, năm mô hình với số tầng khác nhau được phân tích bằng ETABS. Kết quả về chu kỳ của các mô hình được so sánh trên hình 8. Từ kết quả cho thấy chu kỳ tăng theo số tầng. Trong một mô hình, không có sự khác biệt lớn về giá trị giữa mode 1 và 2 là do sự phân bố độ cứng tương đối đều theo cả hai phương.



Hình 8. So sánh chu kỳ dao động của ba mode đầu tiên cho năm mô hình với số tầng tăng dần.

3.2.4.3. Kết quả phân tích chuyển vị dưới tác dụng của tải trọng động đất

Chuyển vị ngang theo phương Y tại cao trình các mức sàn do tổ hợp động đất gây ra được thể hiện trên hình 9. Hai mô hình được so sánh về chuyển vị giữa hai kết quả có và không kể P - Delta. Kết quả cho thấy sự ảnh hưởng của chiều cao (số tầng) đến hiệu ứng P - Delta là đáng kể, lên đến xấp xỉ 16% đối với mô hình nhà 35 tầng (35F - Del).



Hình 9. So sánh chuyển vị do động đất (theo phương Y) giữa các mô hình khi không kể và có kể P - Delta.

Chuyển vị ngang tại đỉnh của công trình do tổ hợp động đất gây ra được so sánh trên hình 10. Rõ ràng nhận thấy từ biểu đồ so sánh, P - Delta tăng theo chiều cao tầng.



Hình 10. So sánh chuyển vị đỉnh của công trình do tải trọng động đất cho các mô hình có số tầng khác nhau.

Sự gia tăng chuyển vị đỉnh (%) theo chiều cao công trình được thể hiện trên hình 11. Trên số liệu so sánh cũng cho thấy, tốc độ tăng lớn hơn đối với các mô hình có số tầng công trình lớn. Đồng thời, sự gia tăng chuyển vị theo hai phương X và Y là gần như nhau.



Hình 11. Thay đổi chuyển vị đỉnh theo số tầng (%).

Kết quả so sánh chuyển vị lệch tầng (Drift) cho hai mode, 25 và 35 tầng được so sánh trên hình 12. Sự khác biệt lớn nhất xảy ra tại mô hình 35 tầng giữa có kể và không kể P - Delta là xấp xỉ 17% (tầng 10).



Hình 14. So sánh chuyển vị lệch tầng (Drift) theo phương X.

3.2.4.4. Kết quả phân tích và so sánh nội lực dưới tác dụng của tải trọng động đất

Cột được lựa chọn để khảo sát và so sánh nội lực là cột 2 - A như trên hình 13. Mô men trong cột sẽ được so sánh theo cả phương X (M33) và phương Y (M22).



Hình 13. Vị trí cột khảo sát trên mặt bằng. Hai tổ hợp tải trọng dùng so sánh.

- Phương X: Com2 = TT + HT + 1EX + 0.3EY

- Phương Y: Com3 = TT + HT + 0.3EX + 1EY

Trong đó: EX là tổ hợp của mode 1 và 4, dao động theo X; EY là tổ hợp của mode 2 và 5, dao động theo Y.

Hiệu ứng P - Delta là đáng kể đối với các công trình nhiều tầng, có độ mảnh lớn khi chịu tải trọng ngang lớn như động đất. Các biểu đồ trên các hình 14 thể hiện lần lượt mô men M22 (trục 2) của mô hình 35 tầng do tổ hợp tải động đất gây ra. Các hình bên phải là mô hình không kể P - Delta trong khi bên trái thể hiện kết quả mô men có kể hiệu ứng phi tuyến bậc 2 này. Giá trị so sánh cho thấy sự ảnh hưởng của P - Delta là khá lớn (xấp xỉ 17%).



Hình 14. Biểu đồ mô men M22 (kN-m), giá trị Min, các cột khung trục 2, tổ hợp Com 3 (với 1.0EY + 0.3EX), động đất theo Y (hiển thị 15 tầng dưới).

Sự khác nhau (%) về tổng mô men M22 (Min) của cột 2A giữa các mô hình có và không có P - Delta được thể hiện trên hình 15. Biểu đồ so sánh cho thấy ảnh hưởng của P - Delta tăng theo chiều cao công trình.



Hình 15. Sự khác nhau (%) về tổng mô men M22 (Min, chân cột) của cột 2A (kN-m) giữa các mô hình có và không có P - Delta.

Biểu đổ trên hình 16 là sự so sánh mô men M22 tại chân cột của các tầng cho cả năm mô hình. Theo đó, giá trị khác biệt lớn nhất lên đến xấp xỉ 16% ở mô hình 35 tầng. Từ biểu đồ cũng nhận thấy rõ, có sự chênh lệch lớn về mô men tại các tầng từ 5 đến 10.



Hình 16. Sự khác nhau (%) về mô men M22 (Min, chân cột) của cột 2A (kN-m) giữa các mô hình có và không có P-Delta theo số tầng.

4. Kết luận và khuyến nghị

Đề tài nghiên cứu hiệu ứng P - Delta lên nhà cao tầng dưới tác dụng của tải động đất. Đề tài đã tập trung phân tích năm mô hình nhà cao tầng với số tầng khác nhau chịu tải trọng động đất tương đối mạnh theo TCVN 9386:2012 (Eurocode 8). Qua kết quả phân tích, một số nhận định chung được rút ra như sau:

- Hiệu ứng P - Delta là đáng kể đối với các công trình nhiều tầng, có độ mảnh lớn khi chịu tải trọng ngang lớn như động đất;

- Công trình càng cao thì P - Delta càng quan trọng;

 Khi công trình từ 25 tầng (khoảng 80m) trở lên thì ảnh hưởng của P - Delta rất đáng kể, đặc biệt là mô men trong cột, do đó nên phân tích hiệu ứng này cho các công trình trên 25 tầng;

 Các công trình dưới 25 tầng có thể bỏ qua hiệu ứng P - Delta, sử dụng phân tích tĩnh tuyến tính (Linear static);

 Các kết luận trên cho công trình kết cấu bê tông cốt thép đổ tại chỗ, có hệ chịu lực chính là khung - vách; Qua kết quả phân tích của đề tài, nhóm tác giả khuyến nghị cần kể đến P - Delta cho các công trình từ 25 tầng trở lên

Lời cảm ơn

Nhóm tác giả chân thành cảm ơn Trường ĐH. GTVT TP. HCM, Phòng KHCN NC&PT và Khoa KTXD đã tạo điều kiện và hỗ trợ tài chính để đề tài được thực hiện thành công.

Tài liệu tham khảo

- [1] Wilson, E.L., *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, A Physical Approach With Emphasis on Earthquake Engineering.* 2002: Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA TS.
- [2] Computers and Structures, I., *SAP2000 Adanced V14*. 2009.
- [3] Computers and Structures, I., *ETABS V16*. 2017.
- [4] Manasa C K and M. P. Effect of Wind Load on Tall R C Buildings by P-Delta Analysis. in Int. Conf. on Current Trends in Eng., Science and Technology, ICCTEST. 2017. India.
- [5] Sullivan, T.J., T.H. Pham, and G.M. Calvi. P-Delta Effects on Tall RC Frame-Wall Buildings. in The 14th World Conference on Earthquake Engineering. 2008. Beijing, China.
- [6] Bộ Xây dựng, TCVN 9386 2012: Thiết kế công trình chịu động đất. 2012, NXB Xây dựng: Hanoi
- [7] Computers & Structures, I., CSI Analysis Reference Manual For SAP2000, ETABS, SAFE and CSiBridge. 2017: Computers & Structures, Inc.
- [8] Robert D. Cook, et al., Concepts and Applications of Finite Element Analysis. Third Edition ed. 1989: John Wiley & Sons.
- Kreyszig, E., Advanced Engineering Mathematics. 10th edition ed. 2011: JOHN WILEY & SONS, INC.

Ngày nhận bài: 10/12/2018 Ngày chuyển phản biện: 13/12/2018 Ngày hoàn thành sửa bài: 7/1/2019 Ngày chấp nhận đăng: 15/1/2019