

TỰ ĐỘNG HÓA BIẾN ĐỔI THÔNG SỐ HÌNH DÁNG TÀU ÁP DỤNG PHƯƠNG PHÁP LACKENBY

AUTOMATIC PARAMETRIC HULL FORM VARIATION APPLYING LACKENBY METHOD

¹Nguyễn Thị Ngọc Hoa, ²Vũ Ngọc Bích

^{1,2}Trường Đại học Giao thông vận tải TP HCM

¹hoa_vt@hcmutrans.ut.edu.vn, ²vubich@ut.edu.vn

Tóm tắt: Bài báo trình bày công cụ biến đổi thông số hình dáng tàu dựa trên tuyến hình tàu mẫu theo phương pháp Lackenby. Qua đó, trong giai đoạn thiết kế sơ bộ, tàu được thiết kế sẽ thừa hưởng những tính năng tốt từ tàu mẫu cũng như thỏa mãn thông số hình dáng theo nhiệm vụ thư. Thuật toán được xây dựng trên nền MATLAB và hướng đến việc hỗ trợ công tác tự động hóa thiết kế. Trong bài báo này, kết quả biến đổi hình dáng được minh họa thông qua đường cong diện tích sườn của mẫu tàu chở hàng và container.

Từ khóa: Lackenby, thiết kế sơ bộ, biến đổi thông số hình dáng, đường cong diện tích sườn.

Chỉ số phân loại: 2.1

Abstract: The paper presents a tool for parametric hull form variation based on a parent ship using Lackenby. Thereby, in the preliminary design stage, the vessel is designed to inherit good features from the parent ship as well as satisfy the parameters according to the design requirement. The algorithm is built on MATLAB platform and aims to support the automatic design work. In this paper, the results of ship variation are illustrated through the sectional area curve of the cargo ship and container ship.

Keywords: Lackenby, preliminary design stage, parametric hull form variation, sectional area curve.

Classification number: 2.1

1. Giới thiệu

Hiện nay, trong giai đoạn thiết kế sơ bộ, thiết kế tuyến hình (hình dáng) của tàu, ảnh hưởng trực tiếp tới toàn bộ các tính toán thiết kế sau này và liên quan đến các tính năng hàng hải của phương tiện thủy. Hiện nay có hai cách tiếp cận để thiết kế tuyến hình tàu là thiết kế mới và thiết kế theo mẫu.

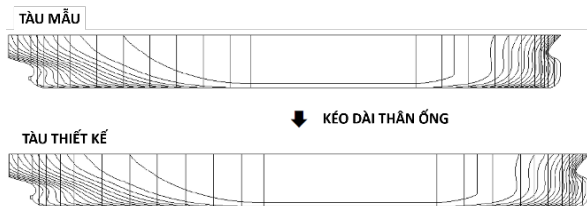
Thiết kế mới tuyến hình là một công việc đòi hỏi thời gian, yêu cầu người thiết kế phải có kiến thức và kinh nghiệm toàn diện trong công tác thiết kế tàu. Ngoài ra, tuyến hình tàu mới không có các kết quả thử nghiệm và thực tế về các tính năng hàng hải như ổn định tàu, động lực học tàu sẽ không đảm bảo độ tin cậy cho người thiết kế và chủ tàu [1]. Thiết kế theo tàu mẫu, trong thực tế, dùng những tuyến hình tàu đã có tính năng tốt là cơ sở chọn đường hình dáng. Việc thiết kế tuyến hình tàu theo phương pháp chỉnh sửa, biến đổi hình dáng tàu mẫu thường được ưa chuộng vì có thể giảm thiểu tối đa các rủi ro

so với thiết kế mới hoàn toàn. Tuy nhiên, để thiết kế một con tàu có tính năng tốt, tuyến hình của tàu thiết kế được điều chỉnh dựa trên tàu mẫu phải có đặc điểm tương tự, vì thế hình dáng thân tàu được chỉnh sửa cần giữ những ưu điểm về đặc tính thủy tĩnh và động lực học của tàu mẫu. Tuy nhiên, các thông số hình học và lượng chiếm nước của tàu thiết kế sẽ khác so với tàu mẫu, vì thế cần phải có một giải pháp phù hợp để thay đổi, chỉnh sửa tuyến hình theo yêu cầu thiết kế mà vẫn giữ nguyên được những tính năng vượt trội của tàu mẫu [2].

Một cách đơn giản, hiệu chỉnh thiết kế là quá trình dịch chuyển khoảng sườn lý thuyết theo chiều dài tàu cho phù hợp với đường cong diện tích sườn mới. Thực tế công việc là hiệu chỉnh khoảng sườn từ mũi đến lái tàu tương ứng với sự chênh lệch hệ số béo lằng trụ tương ứng. Phương pháp 1-Cp được áp dụng hiệu quả và thuận tiện, theo đó phần thân ống được thêm vào hoặc bớt đi một cách

phù hợp sao cho vẫn đảm bảo độ đầy đặn khu vực mũi và lái tàu và sự chênh lệch $C_p + \delta C_p$. Tuy vậy, hạn chế của 1- C_p là chiều dài đoạn thân ống khu vực giữa tàu không thể thay đổi độc lập với hệ số lặn trụ trong khi đây là cách thiết kế theo mẫu hiệu quả và phổ biến hiện nay.

Thực tiễn nêu trên cho thấy rằng chiều dài phần thân ống đoạn trước và sau sườn giữa tàu L_{pf} và L_{pa} cần cho phép hiệu chỉnh độc lập với hệ số lặn trụ C_p , nhằm thay đổi lượng chiếm nước ∇ so với tàu mẫu. Lackenby (1950) đề xuất phương pháp khắc phục sự phụ thuộc các thông số C_p , chiều dài đoạn thân ống phía trước L_{pf} và đoạn thân ống phía sau L_{pa} trong việc biến đổi hình dáng tàu thiết kế so với tàu mẫu. Với sự phát triển mạnh mẽ của máy tính điện tử và các công cụ lập trình tự động, tác giả xây dựng giải thuật tính toán các biến số hiệu chỉnh độc lập gồm C_p , L_{pf} và L_{pa} cho mẫu thiết kế tàu hàng và tàu container dựa trên phương pháp Lackenby. Kết quả tính toán thể hiện qua việc tự động hóa khởi tạo đường cong diện tích sườn tàu thiết kế thỏa mãn các yêu cầu đặt ra và đưa ra phân bố sườn lý thuyết phù hợp. Các biến số và giá trị tính toán liên quan trong giải thuật như C_p , L_{pf} và L_{pa} , ∇ , hoành độ tâm nổi LCB sẽ là đầu vào phục vụ bài toán tối ưu thiết kế sau này.



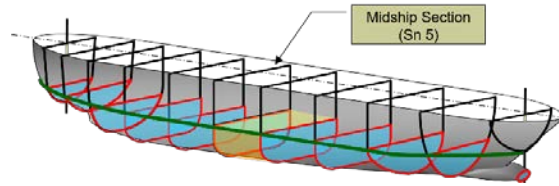
Hình 1. Kéo dài đoạn thân ống từ tàu mẫu.

2. Xây dựng đường cong diện tích sườn (đường cong SAC)

2.1. Vai trò đường cong SAC

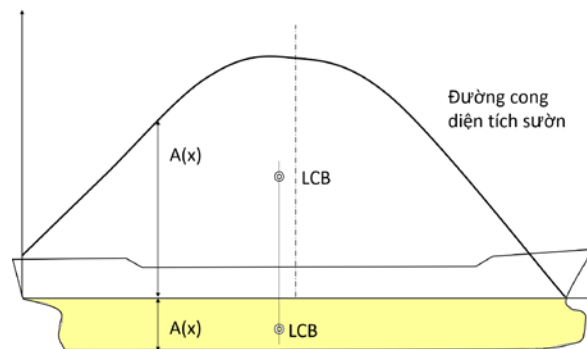
Giai đoạn đầu tiên trong thiết kế sơ bộ là thiết kế đường cong diện tích sườn. Trong thực tế, kỹ sư thiết kế tàu thường bắt đầu từ việc phác thảo hình dáng các mặt cắt ngang (hình 2), sau đó phát triển thành bản vẽ tuyến hình hoàn chỉnh sau khi tích hợp hệ thống mặt cắt đường nước và mặt cắt dọc. Chất lượng hệ thống các mặt cắt ngang thể hiện qua đường cong diện tích sườn SAC. Đường

cong SAC còn hỗ trợ đánh giá lượng chiếm nước và tọa độ tâm nổi toàn tàu, qua đó sơ bộ thể hiện được tính năng hàng hải toàn tàu.



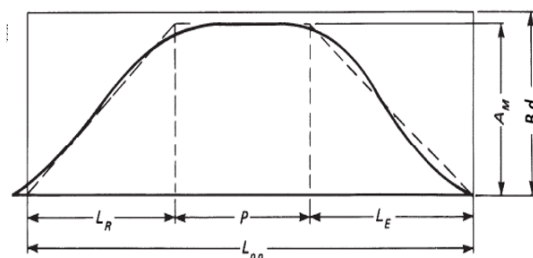
Hình 2. Mặt cắt ngang sườn lý thuyết.

Về mặt lý thuyết, dựa vào đường cong SAC có thể đánh giá sơ bộ chất lượng, độ trơn hình dáng phần hông, mũi và lái của tàu. Các thay đổi để đảm bảo tính năng tàu có thể được điều chỉnh từ đường cong SAC toàn tàu (hình 3).

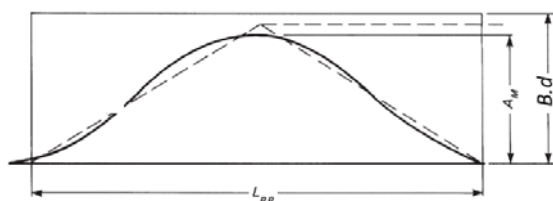


Hình 3. Đường cong SAC thể hiện hình dáng tàu thiết kế.

Theo trình tự, các mặt cắt đường cong diện tích sườn của từng khu vực mũi, lái và giữa tàu được phác thảo dưới dạng hình thang cơ bản. Tỷ lệ diện tích hình thang so với hình chữ nhật có chiều cao A_M tương ứng với hệ số lặn trụ C_p . Chiều dài của khu vực hình thang là L_{pp} . Diện tích sườn giữa $A_M = B \times d \times C_M$ đại diện cho chiều cao của hình thang. Đường cong diện tích sườn phải thể hiện được lượng chiếm nước và tọa độ tâm nổi (hình 4).



(a) Có đoạn thân ống



(b) Không có đoạn thân ống

Hình 4. Dạng đường cong SAC tiêu biểu.

Đối với tàu không có đoạn thân ống, hình thang thiết kế trở thành hình tam giác (hình 4b). Điều này thường có ở các tàu có hệ số Froude lớn hơn 0,3. Đỉnh của tam giác phải cao hơn diện tích phần giữa hình vẽ. Các tiêu chí của vị trí tâm nổi và hệ số béo lặn trụ C_p mong muốn được sử dụng để hình thành các hệ số béo riêng biệt cho phần trước và phần sau thân tàu. Thiết kế các đường cong diện tích sườn được ưu tiên hơn phương pháp sử dụng các công thức toán học đơn giản, vì các đường cong diện tích sườn được thực hiện từ các thiết kế thường đáp ứng tốt hơn với tuyến hình tàu và hoàn thiện toàn bộ quá trình thiết kế. Khi đường cong diện tích có sự hiệu chỉnh, lượng chiếm nước và tọa độ tâm nổi phải luôn được kiểm tra và đối chiếu.

Về nguyên tắc, diện tích đường cong SAC chính là thể tích chiếm nước toàn tàu, với $A(x)$ là diện tích các đường sườn lý thuyết.

$$\nabla = \int_0^L A(x) dx \quad (1)$$

Hệ số béo thể tích C_B được tính toán theo đường cong diện tích sườn SAC:

$$C_B = \frac{\int_0^L A(x) dx}{L B d} = \frac{\nabla}{L B d} \quad (2)$$

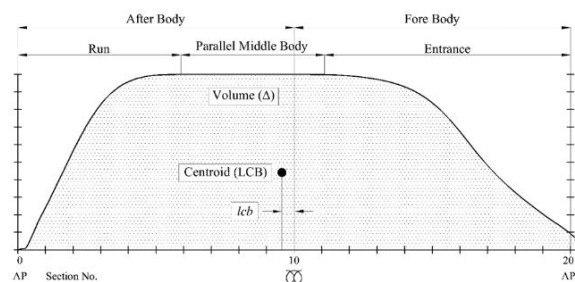
Vị trí trọng tâm của phần diện tích dưới đường cong chính là hoành độ tâm nổi LCB của tàu. LCB được tính toán theo đường cong diện tích sườn SAC:

$$LCB = \frac{\int_0^L x A(x) dx}{\int_0^L A(x) dx} \quad (3)$$

Tỉ lệ của phần diện tích dưới đường cong với diện tích hình chữ nhật bao quanh đường cong chính là hệ số béo lặn trụ của tàu (C_p).

$$C_p = \frac{\Delta}{L \cdot A_M} = \frac{Area_{under curve}}{Area_{rectangle}} \quad (4)$$

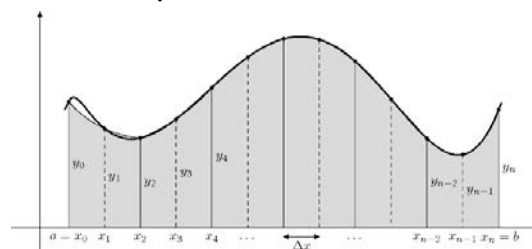
Đường cong SAC và các tham số liên quan được thể hiện trên hình 5.

**Hình 5.** Đường cong SAC và các tham số hình dáng liên quan.

2.2. Tính toán thông số cơ bản của đường cong SAC từ tích phân số Simpson

Đường cong diện tích sườn SAC là đồ thị diện tích các mặt cắt ngang tới đường nước thiết kế, dọc theo chiều dài tàu. Đường cong này thể hiện sự phân bố thể tích chiếm nước theo chiều dài tàu. Thay vì thực hiện các phương pháp tích phân bằng giải tích cho bài toán tính toán các thông số cơ bản, có thể tính gần đúng bằng các phương pháp tích phân số gần đúng, rất thuận lợi cho việc tích hợp vào giải thuật và các chương trình tính toán tự động hóa trong nghiên cứu.

Phương pháp Simpson được mô tả là cách tích phân xấp xỉ cho phần diện tích dưới đường cong SAC. Nguyên tắc Simpson được phát triển từ đường cong parabol bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c$ nên đảm bảo tính cong liên tục so với xấp xỉ tuyến tính như phương pháp hình thang. Trong nghiên cứu này, tác giả xây dựng giải thuật Simpson để tính toán các thông số cơ bản về lượng chiếm nước Δ và hoành độ tâm nổi LCB của tàu.

**Hình 8.** Tích phân xấp xỉ Simpson toàn tàu cho đường cong SAC.

Trong trường hợp xem xét tích phân hữu hạn đường cong SAC từ lái đến mũi tàu sẽ bao gồm tổng các miền diện tích nhỏ.

$$A = \frac{2d}{3} \left(\frac{y_0}{2} + 2y_1 + y_2 = 2y_3 + \dots + 2y_{2n-1} + \frac{y_{2n}}{2} \right) \quad (9)$$

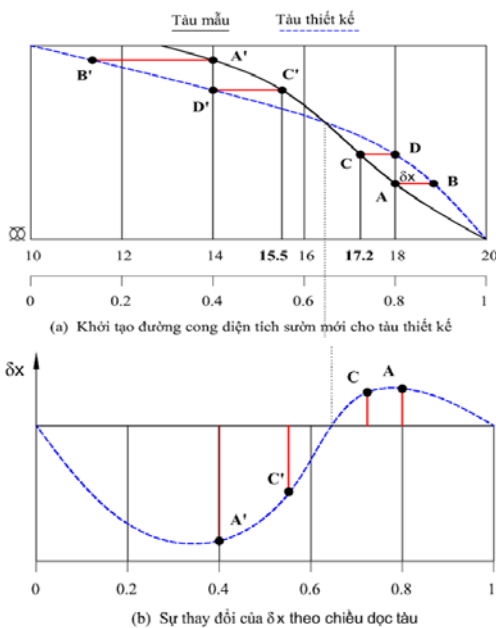
Trong đó:

- A: Diện tích sườn (mm^2);
- d: Khoảng cách hai đường nước;
- y: $\frac{1}{2}$ chiều rộng tương ứng với các đường nước (mm).

3. Biến đổi tham số hình dáng tàu ứng dụng phương pháp Lackenby

3.1. Tổng quan về phương pháp hiệu chỉnh tuyến hình tàu

Chất lượng hình dáng toàn tàu phụ thuộc vào biên dạng và diện tích của các mặt cắt ngang. Đối với thiết kế hình dáng tuyến hình tàu dựa trên tàu mẫu, các thông số cơ bản như C_p và LCB được thay đổi theo thông số tàu thiết kế bằng cách điều chỉnh vị trí các sườn theo chiều dài tàu để đạt được đường cong diện tích sườn mới (hình 9).



Hình 9. Khởi tạo đường cong diện tích sườn mới cho tàu thiết kế.

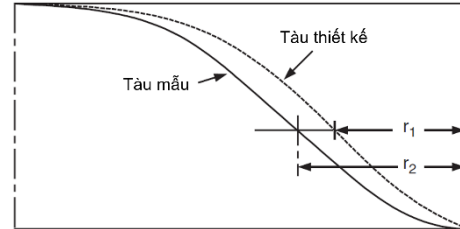
Việc điều chỉnh các thông số cơ bản như C_p , LCB thông qua đường cong SAC là phương án hiệu quả và phổ biến nhất trong giai đoạn thiết kế sơ bộ, hình 10 [3]:

- Thay đổi C_p

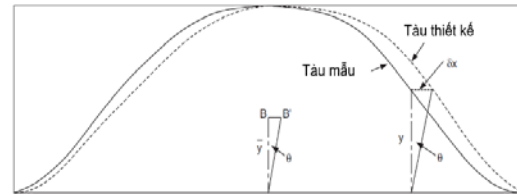
$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1 - C_p'}{1 - C_p} \quad (10)$$

- Thay đổi LCB

$$\delta x(\%L) = \frac{BB'(\%L)}{\bar{y}} \times y \quad (11)$$



(a) Thay đổi C_p



(b) Thay đổi LCB

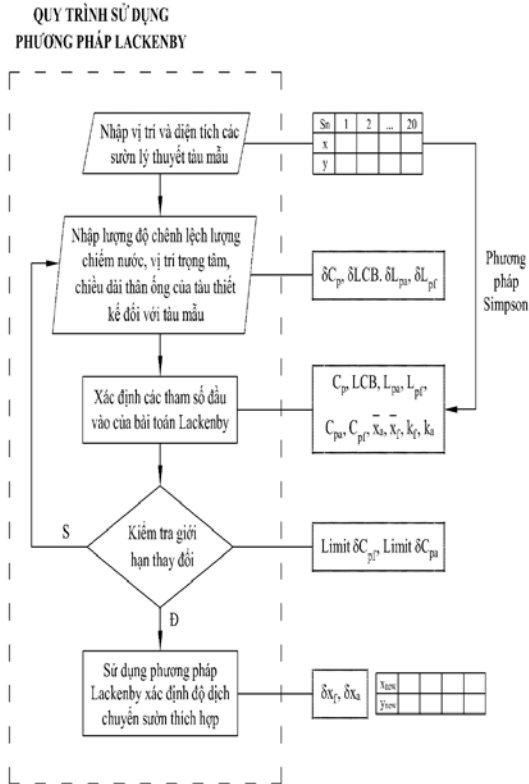
Hình 10. Phương pháp hiệu chỉnh 1 – C_p .

Phương pháp 1 – C_p tương đối đơn giản và thuận lợi trong một vài trường hợp. Tuy nhiên, trong thực tế việc kiểm soát đoạn thân ống của các tàu mẫu là nhược điểm của phương pháp này.

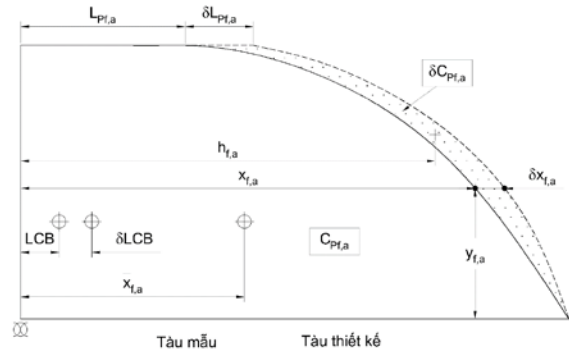
Để khắc phục các nhược điểm trên, phương pháp Lackenby kiểm soát LCB thông qua chiều dài phần thân ống trước L_{pf} , chiều dài phần thân ống sau L_{pa} thông qua giá trị δC_p , δLCB , δL_{pf} và δL_{pa} . Từ đó xác định sự dịch chuyển δx_{fa} theo chiều dài tàu của mỗi mặt cắt sườn [4], [5].

3.2. Xây dựng giải thuật tính toán

Mô hình tính toán được thiết lập trên cơ sở quy trình tính toán như hình 11, các thông số hình học trong giải thuật được mô tả trên hình 12 [6].



Hình 11. Quy trình biến đổi hình dáng tàu với sự hỗ trợ của Lackenby.



Hình 12. Các thông số hình học trong giải thuật.

$C_{pf,a}$: Hệ số béo lửng trụ của phần trước hoặc sau của tàu mẫu;

$\delta C_{pf,a}$: Độ thay đổi hệ số béo lửng trụ theo yêu cầu thiết kế của phần trước hoặc sau tàu;

$L_{pf,a}$: Chiều dài đoạn thân ống (parallel middle body) của phần trước hoặc sau tàu;

$\delta L_{pf,a}$: Độ thay đổi chiều dài đoạn thân ống của tàu;

$h_{f,a}$: Khoảng cách của trọng tâm $\delta C_{pf,a}$ từ giữa tàu;

LCB : Khoảng cách tâm nổi của tàu theo chiều dọc xét từ giữa tàu;

δLCB : Độ thay đổi khoảng cách tâm nổi của tàu thiết kế.

Công thức tính độ dịch chuyển theo chiều dọc tàu tại mặt cắt ngang đang xét [7], [8]:

$$\delta x_{f,a} = (1 - x_{f,a}) \left\{ \frac{\delta L_{pf,a}}{1 - L_{pf,a}} + \frac{x_{f,a} - L_{pf,a}}{A_{f,a}} (\delta C_{pf,a} - \delta L_{pf,a} \cdot \frac{1 - \delta C_{pf,a}}{1 - \delta L_{pf,a}}) \right\} \quad (12)$$

Trong đó:

$$A_{f,a} = C_{pf,a} (1 - 2\bar{x}_{f,a}) - L_{pf,a} (1 - C_{pf,a}) \quad (13)$$

$$B_{f,a} = \frac{C_{pf,a} \{2\bar{x}_{f,a} - 3k_{f,a}^2 - L_{pf,a} (1 - 2\bar{x}_{f,a})\}}{A_{f,a}} \quad (14)$$

$$k_{f,a} = \frac{I_{f,a}}{S_{f,a}} \quad (15)$$

$I_{f,a}$: Mô men quán tính của mặt phẳng (second moment) đối với giữa tàu thể hiện dưới dạng một phần của chiều dài phân trước hoặc sau tàu;

$S_{f,a}$: Diện tích phân trước hoặc sau tàu.

Giá trị $\delta C_{pf,a}$ được tính theo công thức:

$$\delta C_{pf} = \frac{2\{\delta C_p(B_a + LCB) + \delta LCB(C_p + \delta C_p)\} + C_f \cdot \delta L_{pf} - C_a \cdot \delta L_{pa}}{B_f + B_a} \quad (16)$$

$$\delta C_{pf} = \frac{2\{\delta C_p(B_f - LCB) - \delta LCB(C_p + \delta C_p)\} - C_f \cdot \delta L_{pf} + C_a \cdot \delta L_{pa}}{B_f + B_a} \quad (17)$$

Trong đó:

$$C_{f,a} = \frac{B_{f,a}(1 - C_{pf,a}) - C_{pf,a} \cdot (1 - 2\bar{x}_{f,a})}{1 - L_{pf,a}} \quad (18)$$

Phương pháp thay đổi Lackenby có những ưu điểm sau:

- Kết hợp ưu điểm từ phương pháp 1 - C_p và phương pháp Swinging;

- Phần đoạn thân ống song song có thể điều chỉnh;

- Khi δx tỉ lệ với $x(1-x)$, phương pháp này có thể được áp dụng cho bất kì vị trí mặt cắt ngang nào của tuyến hình;

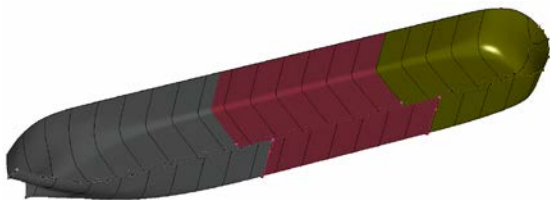
- Có thể xác định được những thay đổi cần thiết về hệ số béo lặn trụ của phần thân trước và phần thân sau để đạt được sự thay đổi mong muốn về vị trí LCB và hệ số béo lặn trụ toàn tàu C_p .

4. Kết quả tính toán

4.1. Áp dụng Lackenby cho mẫu tàu hàng thông dụng

Dựa trên tàu hàng được mô hình (hình 13), giải thuật tự động hóa điều chỉnh lượng chiếm nước theo C_p yêu cầu trong khi vẫn đảm bảo giá trị LCB

của tàu mẫu. Kết quả được trình bày trên bảng 2 và 3, đường cong lượng chiếm nước tương ứng trình bày trên hình 14, mặt cắt ngang sườn lý thuyết trình bày trên hình 15.



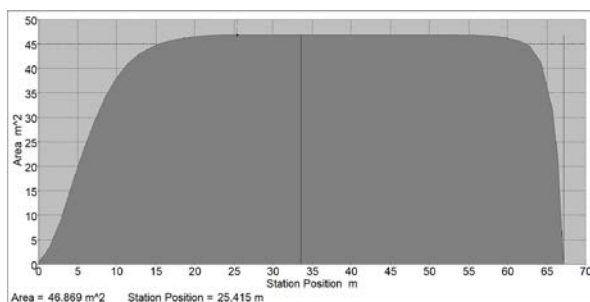
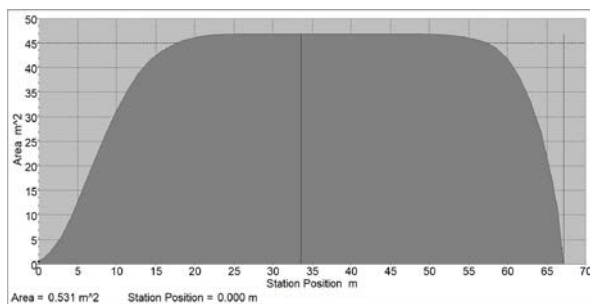
Hình 13. Mô hình hóa hình dáng tàu hàng.

Bảng 1. Thông số mẫu tàu hàng.

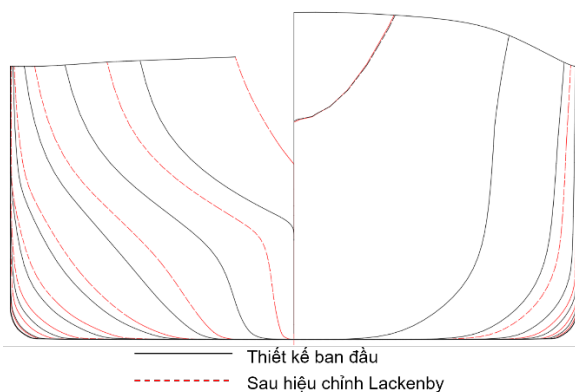
THÔNG SỐ MẪU TÀU			
Lượng chiếm nước	Δ	2669	tấn
Thể tích chiếm nước	V	2604	m ³
Chiều dài	L	67.145	m
Chiều chìm	d	4.27	m
Chiều rộng	B	11.025	m
Hệ số béo lặn trụ	C_p	0.846	
Hệ số béo thể tích	C_B	0.825	
Hệ số béo giữa tàu	C_M	0.996	
Hệ số béo đường nước	C_{WP}	0.898	
LCB (từ lái tàu)	LCB_{ms}	36.019	m

Bảng 2. Thông số tàu khi áp dụng Lackenby.

THÔNG SỐ TÀU (THAY ĐỔI Δ , GIỮ NGUYÊN LCB)			
Lượng chiếm nước	Δ	2774	tấn
Thể tích chiếm nước	V	2706	m ³
Chiều dài	L	67.145	m
Chiều chìm	d	4.27	m
Chiều rộng	B	11.025	m
Hệ số béo lặn trụ	C_p	0.881	
Hệ số béo thể tích	C_B	0.878	
Hệ số béo giữa tàu	C_M	0.996	
Hệ số béo đường nước	C_{WP}	0.898	
LCB (từ lái tàu)	LCB_{ms}	36.019	m



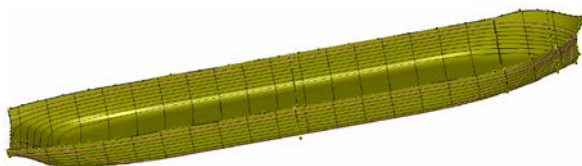
Hình 14. Đường cong SAC trước và sau khi dùng Lackenby điều chỉnh lượng chiếm nước.



Hình 15. Mặt cắt ngang sườn lý thuyết của mẩu tàu hàng trước và sau khi điều chỉnh lượng chiếm nước.

Kết quả thể hiện các đường sườn của tàu thiết kế đảm bảo hình dáng tương tự tàu mẫu khi điều chỉnh lượng chiếm nước và LCB theo yêu cầu của nhiệm vụ thử thiết kế.

4.2. Áp dụng Lackenby cho mẩu tàu container 128 TEU pha SB



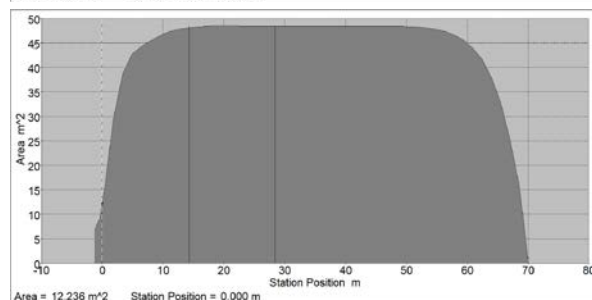
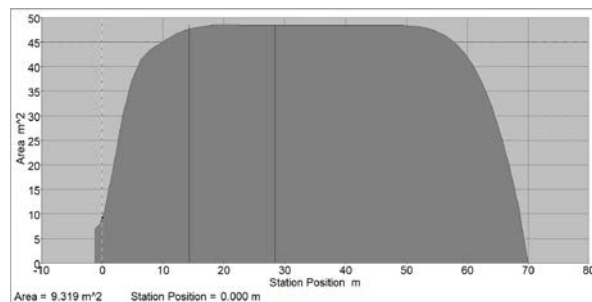
Hình 16. Mô hình hóa hình dáng tàu container 128 TEU pha SB.

Bảng 3. Thông số tàu mẫu.

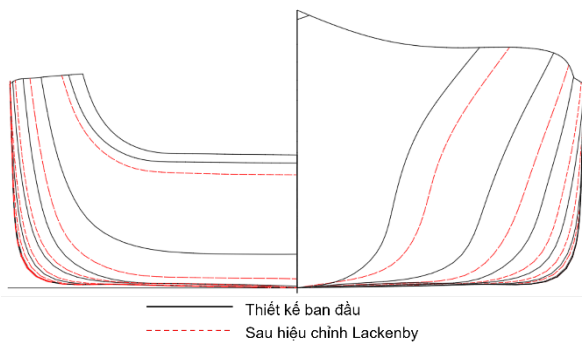
THÔNG SỐ TÀU MẪU			
Lượng chiếm nước	Δ	3070	tấn
Thể tích chiếm nước	V	2995	m ³
Chiều dài	L	71.2	m
Chiều chìm	d	3.9	m
Chiều rộng	B	12.875	m
Hệ số béo lặn trụ	C_P	0.905	
Hệ số béo thể tích	C_B	0.837	
Hệ số béo giữa tàu	C_M	0.966	
Hệ số béo đường nước	C_{WP}	0.932	
LCB (từ lái tàu)	LCB_{ms}	34.091	m

Bảng 4. Thông số tàu thiết kế.

THÔNG SỐ TÀU THIẾT KẾ (THAY ĐỔI Δ , GIỮ NGUYÊN LCB)			
Lượng chiếm nước	Δ	3121.56	tấn
Thể tích chiếm nước	V	3045	m ³
Chiều dài	L	71.2	m
Chiều chìm	d	3.9	m
Chiều rộng	B	12.875	m
Hệ số béo lặn trụ	C_P	0.92	
Hệ số béo thể tích	C_B	0.869	
Hệ số béo giữa tàu	C_M	0.966	
Hệ số béo đường nước	C_{WP}	0.947	
LCB (từ lái tàu)	LCB_{ms}	34.091	m



Hình 17. Đường cong SAC trước và sau khi dùng Lackenby điều chỉnh lượng chiếm nước.



Hình 18. Mặt cắt ngang sườn lý thuyết của tàu container 128 TEU pha SB trước và sau khi điều chỉnh lượng chiếm nước.

Kết quả thể hiện các đường sườn của tàu thiết kế đảm bảo hình dáng tương tự tàu mẫu khi thay đổi lượng chiếm nước (thông qua điều chỉnh đoạn thân ống và C_p) trong khi vẫn duy trì giá trị LCB của tàu mẫu.

5. Kết luận

Bài báo đã trình bày kết quả biến đổi tham số hình dáng tàu dựa trên tuyến hình tàu mẫu theo phương pháp Lackenby. Giải thuật được xây dựng nhằm tự động hóa công tác thiết kế thay đổi hình dáng tàu đáp ứng trọng tải theo nhiệm vụ thư thiết kế đồng thời vẫn giữ nguyên thông số LCB của tàu mẫu.

Tuy vậy, phương pháp này cũng có hạn chế khi Lackenby sử dụng hàm bậc hai cho công thức tính độ dịch chuyển của các sườn, nó chưa thể đảm bảo đường cong diện tích sườn của tàu được hiệu chỉnh sẽ có độ trơn toàn cục, cụ thể là các hệ thống đường cong đường nước tại khu vực phần mũi và lái. Điều này có khả năng ảnh hưởng đến chất

lượng tuyến hình tàu và cần làm rõ trong hướng nghiên cứu sắp tới. Nhóm tác giả sẽ tiếp tục nghiên cứu theo hướng tham số hóa và làm trơn hình dáng tuyến hình thông qua giải thuật NURBS trong thiết kế hình dáng thân tàu. Việc này có ý nghĩa quan trọng trong việc đảm bảo chất lượng tuyến hình tàu và sức cản hình dáng của tàu thiết kế.

Tài liệu tham khảo

- [1] D.G.M. Watson, *Practical Ship Design*. Elsevier Science, 1998.
- [2] H. S. Volker Bertram, *Ship Design for Efficiency and Economy*. Butterworth-Heinemann, 1998.
- [3] A. F. Molland, *The Maritime Engineering Reference Book: A Guide to Ship Design, Construction and Operation*. 2011.
- [4] H. Lackenby, "On the Systematic Geometrical Variation of Ship Forms," *Trans. R. Inst. Nav. Archit.*, 1950.
- [5] H. Kim, "On the Volumetric Balanced Variation of Ship Forms," vol. 27, no. March, pp. 1–7, 2013.
- [6] K.-Y. L. Myung-II Roh, *Computational Ship Design*. Springer, 2017.
- [7] S. Han, Y. S. Lee, and Y. B. Choi, "Hydrodynamic hull form optimization using parametric models," *Journal of Marine Science and Technology*. 2012.
- [8] S. S. Alfred Gray, Elsa Abbena, *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*. Chapman & Hall/CRC, 2006.

Ngày nhận bài: 21/1/2019

Ngày chuyển phản biện: 25/1/2019

Ngày hoàn thành sửa bài: 15/2/2019

Ngày chấp nhận đăng: 22/2/2019