

TÍNH GÓC TIẾN ĐỘNG CỦA VẬT TRÊN THỂ HẤP DẪN CẢI TIẾN BẰNG PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH

Phan Văn Huân⁽¹⁾

(1) Trường Đại học Thủ Dầu Một

Ngày nhận bài 15/04/2019; Ngày gửi phản biện 20/04/2019; Chấp nhận đăng 27/05/2019

Email: huanpv@tdmu.edu.vn

Tóm tắt

Thế hấp dẫn cải tiến có dạng tựa – Newton $F(r) = \frac{1}{r^{2+\alpha}}$ hay dạng tựa Yukawa

$F(r) = \frac{1}{r^2} \times e^{-\beta \cdot r}$ đã được đề xuất bởi nhiều nhà khoa học từ trước đến nay tuy nhiên việc khẳng định hay bác bỏ các thế này vẫn còn nhiều tranh cãi. Trong bài báo này chúng tôi đề xuất tính toán góc tiến động của vật khi nó chuyển động trong các thể hấp dẫn cải tiến bằng phương pháp giải tích. Kết quả tính toán cho thấy các góc tiến động là đủ lớn để thực nghiệm quan sát thiên văn có thể khẳng định hay bác bỏ giả thuyết về các loại thể hấp dẫn cải tiến trong trường hấp dẫn hệ Mặt trời.

Từ khóa: Thế hấp dẫn cải tiến, góc tiến động

Abstract

ATTRACTIVE ACTION CORRUPTION CHARACTERISTICS IMPROVED BY METHODOLOGY

The gravitational attraction has a Newton-like $F(r) = \frac{1}{r^{2+\alpha}}$ or Yukawa-like form

$F(r) = \frac{1}{r^2} \times e^{-\beta \cdot r}$ has been proposed by many scientists so far, but there is still much controversy in the assertion or rejection of these. In this paper we propose to calculate the angle of motion of the object as it moves in the gravitational field of improvement by analytical method. The calculation results show that the angle of action is large enough to allow astronomical observations to confirm or reject the hypothesis of improved gravitational forces in the solar gravitational field.

1. Đặt vấn đề

Trường hấp dẫn cải tiến khác trường hấp dẫn Newton và đã được đề xuất trong nhiều mô hình hấp dẫn cải tiến, trong đó mô hình hấp dẫn véc và biểu thức lực hấp dẫn cải tiến trong mô hình véc tơ cho thấy tần số tiến động phù hợp với thực nghiệm ở gần đúng bậc nhất (Võ Văn Ôn, 2011; Võ Văn Ôn, 2009). Có thể mở rộng áp dụng khảo sát chuyển động của một vật thể ở gần đúng bậc cao hơn.

Chuyển động của vật trong trường hấp dẫn cải tiến được khảo sát bằng phần mềm Maple, dưới dạng lực hấp dẫn véc tơ, dạng lực hấp dẫn véc tơ gần lỗ đen, dạng lực tựa – Newton, lực tựa– Yukawa với tham số ϵ , λ càng nhỏ (Võ Văn Ôn, Phạm Thị Thu Hà, Nguyễn Thị Kim Tuyền,

2015). Kết quả khảo sát cho thấy, với vận tốc vũ trụ cấp 1: $v_1=0,44.10^6$ m/s, tọa độ đầu là bán kính Mặt trời $r=695.10^6$ m thì quỹ đạo của Trái Đất quanh Mặt Trời có dạng parabol phù hợp với lý thuyết trường lực Newton cổ điển khi các tham số nhỏ hoặc dần đến không.

Trong bài báo này, chúng tôi tính toán giải tích góc tiến động của vật trong vài thế hấp dẫn cải tiến, bước đầu tính được góc tiến động của các quỹ đạo gần tròn trong trường hấp dẫn cải tiến với tham số bé ε, λ . Bố cục bài báo như sau: trong phần 2, chúng tôi trình bày vài dạng lực hấp dẫn cải tiến được quan tâm hiện nay; trong phần 3, là kết quả tính số, phần 4 là kết luận bài báo.

2. Phương pháp nghiên cứu

2.1. Các dạng thế hấp dẫn cải tiến được quan tâm hiện nay

2.1.1. Dạng thế hấp dẫn véc tơ

Phương trình chuyển động của vật trong hệ tọa độ cực

$$\begin{aligned}\ddot{r} &= -\frac{GMb}{r}\sin br - \frac{GM}{r^2}\cos br + \frac{h^2}{r^3} \\ \Leftrightarrow \ddot{r} &= -\frac{6.67.10^{-11}.2.10^{30}.3.10^{-21}}{r}\sin(3.10^{-21}r) - \frac{6.67.10^{-11}.2.10^{30}}{r^2}\cos(3.10^{-21}r) + \frac{4.5.10^{15}}{r^3} \\ \Leftrightarrow \ddot{r} &= -\frac{0.4002}{r}\sin(3.10^{-21}r) - \frac{1.334.10^{20}}{r^2}\cos(3.10^{-21}r) + \frac{4.5.10^{15}}{r^3}\end{aligned}\quad (2.1)$$

Trong đó: $M = 2.10^{30}$ kg là khối lượng Mặt Trời; $G = 6,67.10^{-11}$ $\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ là hằng số hấp dẫn; $b = 3.10^{-21}\text{m}^{-1}$ là hằng số mới trong mô hình hấp dẫn véc tơ; $h = \sqrt{4,5.10^{15}}$ là mô men động lượng quỹ đạo trên một đơn vị khối lượng của vật thể chuyển động trong hệ Mặt Trời.

2.1.2. Dạng thế hấp dẫn véc tơ gần lỗ đen

Phương trình chuyển động trong trường lực hấp dẫn véc tơ gần lỗ đen

$$\begin{aligned}m\ddot{r} &= -\frac{mMG}{r^2} + 0.03\frac{mG^2M^2}{c^2r^3} \Rightarrow \ddot{r} = -\frac{MG}{r^2} + 0.03\frac{G^2M^2}{c^2r^3} \\ \Rightarrow \ddot{r} &= -\frac{2.10^{30}.6.67.10^{-11}}{r^2} + 0.03\frac{(6.67.10^{-11})^2(2.10^{30})^2}{(3.10^8)^2r^3} \\ \Rightarrow \ddot{r} &= -\frac{1.3.10^{20}}{r^2} + \frac{6.10^{21}}{r^3}\end{aligned}\quad (2.2)$$

Trong đó: $M = 2.10^{30}$ kg là khối lượng Mặt Trời; $m = 6.10^{24}$ kg là khối lượng Trái Đất; $G = 6,67.10^{-11}$ $\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ là hằng số hấp dẫn; $c = 3.10^8$ m/s là vận tốc ánh sáng.

2.1.3. Dạng lực tựa – Newton

Phương trình chuyển động trong trường lực hấp dẫn tựa-Newton

$$\begin{aligned}m\ddot{r} - \frac{mh^2}{r^3} &= -\frac{mMG}{r^{2+\varepsilon}} \Rightarrow \ddot{r} - \frac{h^2}{r^3} = -\frac{MG}{r^{2+\varepsilon}} \\ \Leftrightarrow \ddot{r} - \frac{4.5.10^{15}}{r^3} &= -\frac{2.10^{30}.6.67.10^{-11}}{r^{2+\varepsilon}} = -\frac{13.4.10^{19}}{r^{2+\varepsilon}}\end{aligned}\quad (2.3)$$

Trong đó: $M = 2.10^{30}$ kg là khối lượng Mặt Trời; $m = 6.10^{24}$ kg là khối lượng Trái Đất; $G = 6,67.10^{-11}$ $\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ là hằng số hấp dẫn; ε : là tham số nhỏ hiệu chỉnh lực hấp dẫn Newton.

2.1.4. Dạng lực tựa-Yukawa

Phương trình chuyển động trong trường lực hấp dẫn tựa –Yukawa.

$$f(r) = -\frac{GMm}{r^2}e^{-\lambda r}; \quad \lambda r=1$$

$$\Leftrightarrow m\ddot{r} - \frac{mh^2}{r^3} = -\frac{GMm}{r^2}e^{-\lambda r} \Leftrightarrow m\ddot{r} - \frac{mh^2}{r^3} = -\frac{GMm}{r^2}(1-\lambda r)$$

Với số hạng bậc 1, ta có:

$$\Leftrightarrow \ddot{r} - \frac{h^2}{r^3} = -\frac{GM}{r^2} + \frac{GM\lambda}{r}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{r} - \frac{4.5.10^{15}}{r^3} = -\frac{1.3.10^{20}}{r^2} + \frac{1.3.10^{20}\lambda}{r} \quad (2.4)$$

Trong đó: $M = 2.10^{30}$ kg là khối lượng Mặt Trời; $m = 6.10^{24}$ kg là khối lượng Trái Đất; $G = 6,67.10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ là hằng số hấp dẫn; λ : là tham số nhỏ trong trường hấp dẫn tựa-Yukawa.

2.2. Tính góc tiến động của vật thể khi chuyển động trong các trường lực hấp dẫn cải tiến.

Trong bài báo này, chúng tôi tính góc tiến động của vật thể khi chuyển động trong các trường lực hấp dẫn cải tiến, trên cơ sở xem xét tính ổn định của quỹ đạo tròn trong trường lực xuyên tâm tổng quát.

Ta viết lại phương trình chuyển động trong trường lực xuyên tâm trong tọa độ cực:

$$\ddot{r} - \frac{h^2}{r^3} = f(r) \quad (2.5)$$

Trong đó: $f(r)$ là lực xuyên tâm trên 1 đơn vị khối lượng. Với quỹ đạo tròn $\ddot{r} = 0$, phương trình trên thành:

$$-\frac{h^2}{r_c^3} = f(r) \quad (2.6)$$

Trong đó: r_c là bán kính quỹ đạo.

Bây giờ ta xét một sự lệch nhỏ từ quỹ đạo tròn, đặt: $x = r - r_c$ thay vào (2.5) ta được:

$$\ddot{x} - \frac{h^2}{(r_c + x)^3} = f(r_c + x) \quad (2.7)$$

Khai triển theo tham số bé x/r_c , chỉ giữ lại bậc 1 ta có:

$$\ddot{x} - \frac{h^2}{r_c^3} \left(1 - 3\frac{x}{r_c} \right) = f(r_c) + f'(r_c)x \quad (2.8)$$

Nếu số hạng trong ngoặc vuông dương, ta thu được phương trình điều hòa đơn giản, ta có những nghiệm bị chặn, tức quỹ đạo là ổn định với các nhiễu loạn nhỏ.

Nếu số hạng trong ngoặc vuông là âm, ta có một phương trình mà nghiệm nó phát triển theo hàm mũ, tức quỹ đạo không ổn định dưới các nhiễu loạn nhỏ.

Như vậy, tiêu chuẩn ổn định cho một chuyển động quỹ đạo tròn bán kính r_c trong trường lực xuyên tâm (trên một đơn vị khối lượng) $f(r)$ là:

$$f(r_c) + \frac{r_c}{3} f'(r_c) < 0 \quad (2.9)$$

Ta xét một trường lực hút xuyên tâm dạng:

$$f(r) = -c.r^n \quad (2.10)$$

Ở đây $c > 0$. Khi thay vào tiêu chuẩn ổn định trên, ta có:

$$-c.r_c^n - \frac{c.n}{3} r_c^n < 0 \quad (2.11)$$

$$\text{Hay } n > -3 \quad (2.12)$$

Ta thấy, các quỹ đạo tròn với lực hút xuyên tâm giảm nhanh hơn r^{-3} thì không ổn định.

Một điểm apsis (còn dịch là *củng điểm*) là một điểm trên quỹ đạo mà tại đó bán kính xuyên tâm là cực tiểu hay cực đại (các điểm cực đại và cực tiểu). Góc mà véc tơ bán kính quay được giữa 2 điểm apsis liên tiếp gọi là góc apsis (góc dịch chuyển cận điểm hay góc tiến động).

Đối với trường hợp các quỹ đạo gần tròn ổn định, ta thấy rằng r dao động điều hòa quanh giá trị trung bình r_c . Thật vậy, chu kỳ dao động là:

$$T = \frac{2\pi}{\left[\frac{3.f(r_c)}{r_c} - f'(r_c) \right]^{1/2}} \quad (2.13)$$

Góc tiến động là góc giữa cực đại và cực tiểu của r , thời gian để quét góc này là $T/2$. Lúc này $\dot{\theta} = \frac{h}{r^2}$, h là hằng số chuyển động và r gần như không đổi. Vậy $\dot{\theta}$ gần như không đổi, thực tế:

$$\dot{\theta} \cong \frac{h}{r_c^2} = \left[-\frac{f(r_c)}{r_c} \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

Như vậy góc tiến động ψ được cho bởi:

$$\psi = \frac{T}{2} \dot{\theta} = \pi \left[3 + r_c \frac{f'(r_c)}{f(r_c)} \right]^{-1/2} \quad (2.15)$$

Đối với trường hợp lực xuyên tâm hút, lũy thừa dạng $f(r) = -c.r^n$, góc tiến động thành:

$$\psi = \frac{\pi}{(3+n)^{1/2}} \quad (2.16)$$

Từ phương trình (2.16) ta tính được góc tiến động trong trường hợp lực tựa-Yukawa:

$$\psi = \frac{T}{2} \dot{\theta} = \pi \left[3 + r_c \frac{f'(r_c)}{f(r_c)} \right]^{-1/2} \quad \text{với } f(r_c) = -kr_c^{-2} + k\lambda r_c^{-1}$$

Suy ra

$$\psi = \pi \left[2 + \frac{r_c^{-1}}{\lambda - r_c^{-1}} \right]^{-1/2} \quad (2.17)$$

3. Kết quả và thảo luận

3.1. Dạng lực tựa – Newton

Từ phương trình (2.16) ta tính được góc tiến động trong trường hợp lực tựa–Newton với các tham số ε càng nhỏ (bảng 1)

Bảng 1: Góc tiến động với các tham số ε càng nhỏ

Tham số n	Góc cận điểm ψ	Tham số n	Góc cận điểm ψ	Tham số n	Góc cận điểm ψ
n = - 2,55	1,4907 π	n = - 2,15	1,0846 π	n = - 2,030	1,0153 π
n = - 2,50	1,4142 π	n = - 2,14	1,0783 π	n = - 2,020	1,0102 π
n = - 2,45	1,3484 π	n = - 2,13	1,0721 π	n = - 2,010	1,0050 π
n = - 2,40	1,2909 π	n = - 2,12	1,0660 π	n = - 2,009	1,0045 π
n = - 2,35	1,2403 π	n = - 2,11	1,0600 π	n = - 2,008	1,0040 π
n = - 2,30	1,1952 π	n = - 2,10	1,0541 π	n = - 2,007	1,0035 π
n = - 2,25	1,1547 π	n = - 2,09	1,0483 π	n = - 2,006	1,0030 π
n = - 2,20	1,1180 π	n = - 2,08	1,0426 π	n = - 2,005	1,0025 π
n = - 2,19	1,1110 π	n = - 2,07	1,0370 π	n = - 2,004	1,0020 π
n = - 2,18	1,1043 π	n = - 2,06	1,0314 π	n = - 2,003	1,0015 π
n = - 2,17	1,0976 π	n = - 2,05	1,0260 π	n = - 2,002	1,0010 π
n = - 2,16	1,0910 π	n = - 2,04	1,0206 π	n = - 2,001	1,0005 π

3.2. Dạng lực tựa-Yukawa góc tiến động trong trường hợp lực tựa-Yukawa với các tham số $\lambda.r \leq 1$ (bảng 2)

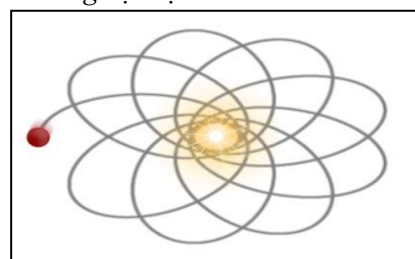
Bảng 2: Góc tiến động với các tham số λ càng nhỏ

Thủy tinh: $r_c=0,058.10^{12}$ m		Kim tinh: $r_c=0,108.10^{12}$ m		Trái Đất: $r_c=0,15.10^{12}$ m	
Tham số λ	Góc cận điểm ψ	Tham số λ	Góc cận điểm ψ	Tham số λ	Góc cận điểm ψ
$\lambda= 1,5.10^{-13}$ m	1,1019 π	$\lambda= 1,5.10^{-13}$ m	1,1020 π	$\lambda= 1,5.10^{-13}$ m	1,0117 π
$\lambda= 1,5.10^{-14}$ m	1,0077 π	$\lambda= 1,5.10^{-14}$ m	1,0078 π	$\lambda= 1,5.10^{-14}$ m	1,0011 π
$\lambda= 1,5.10^{-15}$ m	1,0008 π	$\lambda= 1,5.10^{-15}$ m	1,0009 π	$\lambda= 1,1.10^{-15}$ m	1,0008 π

3.3. Kết quả quan sát góc tiến động của một số hành tinh trong hệ Mặt Trời

Hành tinh	$\delta\psi_{\text{obs}}$	$\delta\psi_{\text{th}}$	Góc tiến động ψ
Thủy Tinh	5,75	5,5	0,2750 π
Kim Tinh	2,04	10,75	0,5375 π
Trái Đất	11,45	11,87	0,5935 π

Bảng 3: Kết quả quan sát góc tiến động của một số hành tinh trong hệ Mặt Trời, tính bằng giây (Richard Fitzpatrick, 2005, online).



Hình 3.1: Mô tả góc tiến động của một hành tinh trong hệ Mặt Trời

Nhận xét: Từ kết quả tính toán bằng phương pháp giải tích cho thấy trong các trường hợp lực tựa – Newton và lực tựa – Yuakawa thì góc tiến động đều lớn có thể dễ dàng quan sát được từ các quan sát thiên văn. Tuy nhiên, từ các bảng 1,2 và bảng 3 ta thấy các góc tiến động tính từ các lực cải tiến là khác khá xa với các giá trị quan sát, điều này cho phép chúng ta tin rằng các lực cải tiến là không phù hợp để mô tả chuyển động của các thiên thể trong hệ Mặt trời. Sự khác biệt của chuyển động của các vật thể trong hệ Mặt trời với quan sát chỉ được giải thích khá chính xác bằng ứng dụng lý thuyết tương đối rộng của Einstein.

4. Kết luận

Bằng phương pháp giải tích chúng tôi đã tính được góc tiến động của vật trong thế hấp dẫn cải tiến, bước đầu tính góc tiến động của một số hành tinh chuyển động trong trường lực hấp dẫn cải tiến với các quỹ đạo gần tròn với nhiều giá trị của các tham số nhỏ. Các kết quả tính toán cho một số hành tinh phía trong của hệ Mặt trời với nhiều giá trị của các tham số nhỏ ε và λ cho thấy các góc tiến động có khác biệt đáng kể so với các giá trị quan sát thiên văn, từ đó góp phần khẳng định tính không thích hợp của các đề xuất về lực hấp dẫn cải tiến trong hệ Mặt trời. Các kết quả nghiên cứu có thể áp dụng cho nhiều dạng lực xuyên tâm khác nhau.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Vo Van On (2006). A vector model for gravitational field. *Tạp chí Phát Triển Khoa học và Công nghệ*. Tập 9. Số 4. 5-11.
- [2] Võ Văn Ôn (2009). *Một mô hình véctor cho trường hấp dẫn*. Luận án tiến sĩ vật lý. Trường Đại học Khoa học Tự nhiên (VNU-HCM).
- [3] Vo Van On (2008). Absence of singularity in Schwarzschild metric in the vector model for gravitational Field. *Communications in Physics*, vol.18, 3, 175-184.
- [4] Vo Van On (2011). Some interesting properties of white hole in the vector model for gravitational field. *Proceeding of the 36th national conference on theoretical physics* [Tuyển tập báo cáo của hội nghị quốc tế về thiên văn hấp dẫn lần thứ 10]. Quy Nhơn. Việt Nam.
- [5] Steven Weinberg (1972). *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. Copyright by John Wiley & Sons, Inc.
- [6] Võ Văn Ôn (2011). Từ hấp dẫn trong mô hình hấp dẫn véctơ. *Tạp chí Đại học Thủ Dầu Một*. Số 2.
- [7] Trần Quốc Hà (2003). *Thiên văn học đại cương*. Trường Đại học Sư phạm TP.HCM.
- [8] Võ Văn Ôn, Phạm Thị Thu Hà, Nguyễn Thị Kim Tuyền (2015). Khảo sát chuyển của một vật trong trường hấp dẫn cải tiến. *Tạp chí Đại học Thủ Dầu Một*. Số 6 (25).
- [9] Nguyễn Ngọc Trung (2007). MAPLE 17, Ebook hướng dẫn sử dụng. Trường Đại học Sư Phạm TPHCM.