

# Giảng dạy môn Toán cao cấp theo hướng ứng dụng tại Trường Đại học Công nghệ Đồng Nai

Nguyễn Phương Anh\*, Phạm Quang Thành\*\*

\*GV. Trường Đại học Công nghệ Đồng Nai

\*\*SV. Trường Đại học Công nghệ Đồng Nai

Received: 7/12/2023; Accepted: 15/12/2023; Published: 22/12/2023

**Abstract:** The advanced mathematics course is one of the important and necessary courses for students of engineering, technology and economics. However, teaching often faces many difficulties due to the abstract nature of the content, teaching only revolves around theory and has no practical professional application. Therefore, to help students understand and apply advanced mathematics knowledge into practice, lecturers need to have appropriate and effective teaching methods. In this article, we will learn about teaching advanced mathematics in an applied way for students at Dong Nai University of Technology.

**Keywords:** Advanced mathematics; application-oriented teaching; student at Dong Nai University of Technology.

## 1. Đặt vấn đề

Trường Đại học Công nghệ Đồng Nai là trường đại học đào tạo theo hướng ứng dụng. Chủ trương của nhà trường trong đào tạo là giảm tính hàn lâm và tăng cường ứng dụng thực tiễn. Đối với các học phần đại cương như Toán cao cấp cần tăng cường các ứng dụng thực tiễn vào quá trình giảng dạy và học tập. Học phần Toán cao cấp là học phần bắt buộc thuộc khối kiến thức đại cương cung cấp cho sinh viên (SV) những kiến thức cơ bản về giới hạn hàm số, phép tính vi – tích phân hàm một biến và kiến thức về đại số sơ cấp như ma trận, định thức, hệ phương trình đại số tuyến tính... Đây là học phần quan trọng và rất cần thiết đối với SV. Ngoài việc trang bị các kiến thức cơ bản cho nhiều học phần chuyên ngành thì việc học toán cao cấp còn cung cấp cho SV các kỹ năng tính toán, vận dụng các kiến thức và phương pháp toán học để giải quyết các bài toán thực tiễn và phát triển kỹ năng nghề nghiệp của mình. Để đạt được các mục tiêu đề ra, nhóm tác giả sẽ tập trung nghiên cứu một số phương pháp dạy và học nhằm nâng cao hiệu quả của việc ứng dụng thực tế của môn Toán cao cấp cho SV tại Trường Đại học Công nghệ Đồng Nai.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Thực trạng và những khó khăn trong giảng dạy học phần Toán cao cấp

Trên cơ sở phân tích tình hình thực tiễn học tập môn Toán cao cấp của SV Trường Đại học Công nghệ Đồng Nai qua các khóa 16-2020 đến khóa 18-2022, có thể thấy việc tự nâng cao tính ứng dụng của môn học trong thực tiễn đối với SV còn gặp nhiều

hạn chế: SV vẫn ảnh hưởng cách học thụ động ở phổ thông, khả năng tự học chưa được phát huy hoặc nếu có thì chất lượng chưa cao. SV vẫn được dạy các khái niệm về giới hạn hàm số, đạo hàm, vi phân, tích phân... nhưng rất ít SV trả lời được các câu hỏi: “Nguyên hàm, tích phân ứng dụng để làm gì?”, “Khi đứng trước một bài toán chuyên ngành hoặc tình huống thực tế, SV không biết sử dụng mô hình toán học để xử lý các vấn đề đó”.

Mặc dù học phần Toán cao cấp đóng vai trò quan trọng nhưng việc dạy và học lại gặp nhiều khó khăn. Khó khăn lớn nhất là tính trừu tượng và hàn lâm của nội dung học phần. Các khái niệm và công thức trong Toán cao cấp thường rất khó hiểu và cần phải có sự suy nghĩ sâu sắc để có thể áp dụng vào thực tiễn. Điều này đòi hỏi GV phải có kiến thức chuyên môn vững vàng và khả năng giải thích rõ ràng, dễ hiểu.

Ngoài ra, sự khác biệt trong cách tiếp cận giữa GV và SV cũng là một vấn đề đáng lưu ý. GV thường có cách tiếp cận lý thuyết và trừu tượng hơn, trong khi SV thường muốn thấy ngay được ứng dụng của kiến thức trong thực tế. Điều này có thể dẫn đến sự khó hiểu và thiếu hứng thú từ phía SV.

### 2.2. Định hướng nghiên cứu các biện pháp giảng dạy môn Toán cao cấp cho SV theo hướng ứng dụng

Theo sứ mạng của Trường Đại học Công nghệ Đồng Nai: “Đào tạo nguồn nhân lực chất lượng dựa trên nền tảng công nghệ và trải nghiệm; nghiên cứu ứng dụng khoa học và chuyên giao tri thức đáp ứng nhu cầu xã hội, hội nhập quốc tế và phát triển bền

vững” và tầm nhìn “ Đến năm 2035, Trường Đại học Công nghệ Đồng Nai trở thành trường đại học nghiên cứu ứng dụng có uy tín trong nước và khu vực, với môi trường giáo dục hiện đại, tất cả vì người học và phục vụ cộng đồng”. Hướng theo đó, để hoàn thành sứ mạng và đạt được tầm nhìn chiến lược thì một trong những đổi mới quan trọng ở Trường Đại học Công nghệ Đồng Nai là đổi mới phương pháp giảng dạy theo hướng ứng dụng thực tế tạo ra nguồn nhân lực chất lượng cao, làm chủ kỹ thuật và công nghệ mới. Để đáp ứng được những mục tiêu đó, nhóm tác giả đã đề xuất xây dựng các biện pháp giảng dạy môn Toán cao cấp cho SV khối ngành kỹ thuật theo hướng ứng dụng thực tiễn, phát triển năng lực nghề nghiệp theo các định hướng sau:

- Cung cấp cho SV các kiến thức nền tảng của học phần Toán cao cấp phù hợp với chuẩn đầu ra của chương trình đào tạo từng chuyên ngành;

- Tăng cường các ứng dụng thực tiễn của môn Toán cao cấp vào từng khối ngành nhằm hình thành và phát triển năng lực nghề nghiệp cho SV;

### 2.3. Phương pháp giảng dạy sử dụng các mô hình toán học để giải các bài toán thực tế nghề nghiệp

Với cách giảng dạy truyền thống, SV sẽ được giảng dạy lý thuyết toán học, sau đó giải bài tập liên quan và đi tới ứng dụng thực tế. Với cách này, SV sẽ gặp khó khăn ngay từ bước đầu khi mới tiếp cận với toán cao cấp do tính hàn lâm và ngôn ngữ toán học là khó hiểu với SV, điều đó vô hình tạo ra sự sợ hãi và chán nản ngay từ ban đầu. Nhận thấy những khó khăn đó, phương pháp giảng dạy được thiết kế theo hướng: Từ những bài toán chuyên ngành và tình huống thực tế nghề nghiệp xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đó, sau đó dùng các kiến thức và công cụ toán học để xử lý mô hình toán học vừa xây dựng. Bước cuối cùng là đưa kết quả của bài toán về lại bài toán thực tế ban đầu. Với phương pháp đó, bước đầu tiếp cận với học phần Toán cao cấp SV đã thấy được vai trò quan trọng và ý nghĩa thực tiễn của môn học, từ đó SV sẽ cảm thấy hứng thú ngay từ ban đầu.

Theo định hướng trên, trong quá trình giảng dạy, chúng tôi xây dựng mô hình theo các bước sau:

Bước 1: Từ bài toán thực tế xây dựng mô hình toán học để giải quyết vấn đề;

Bước 2: Xử lý mô hình toán học đã xây dựng (giải bài toán sử dụng các công cụ toán học);

Bước 3: Biểu thị kết quả mô hình toán học về bài toán thực tế ban đầu.

### 2.4. Ví dụ minh họa sử dụng mô hình toán học để giải quyết các bài toán thực tế trong dạy học học

### phần Toán cao cấp cho SV năm nhất

Ví dụ 1: Một doanh nghiệp sản xuất hai loại hàng hóa muốn tìm cách tối thiểu hóa chi phí sản xuất của mình. Doanh nghiệp có thể mô hình cực trị để tìm ra sản lượng các loại hàng hóa cần sản xuất để có chi phí nhỏ nhất. Điều này sẽ giúp cho doanh nghiệp có thể tiết kiệm được chi phí mà vẫn đảm bảo chất lượng sản phẩm.

Cho hàm tổng chi phí của một doanh nghiệp sản xuất hai loại hàng hóa như sau:

$$C(Q_1, Q_2) = -Q_1^2 + 280Q_1 - Q_2^2 + 440Q_2 - 4Q_1Q_2 - 20.$$

Hãy xác định sản lượng  $Q_1, Q_2$  để doanh nghiệp tối thiểu hóa chi phí. Tìm chi phí tối thiểu đó?

#### Phương pháp giải:

Bước 1: Xây dựng mô hình toán học cho bài toán thực tế: Yêu cầu bài toán là tìm mức chi phí tối thiểu, do đó bài toán liên quan tới cực tiểu hàm số. Vì vậy chúng ta sẽ áp dụng mô hình cực trị để giải quyết bài toán này. Đầu tiên, ta đặt biến cho các đối tượng trong bài toán thực tế: gán hai biến  $Q_1, Q_2$  cho hai loại hàng hóa, chi phí sản xuất  $C$  là hàm số phụ thuộc hai biến  $Q_1, Q_2$ . Bài toán thực tế được đưa về mô hình cực trị sau: Tìm  $Q_1, Q_2$  để hàm  $C$  đạt cực tiểu.

#### Bước 2: Giải bài toán cực trị

Gọi  $Q_1, Q_2$  là mức sản lượng cần tìm để doanh nghiệp tối thiểu hóa chi phí.

Khi đó, bài toán trở thành tìm giá trị  $Q_1, Q_2$  để hàm số  $C$  đạt cực tiểu. Ta tính:

$$\begin{cases} C'_{Q_1} = -2Q_1 - 4Q_2 + 280 = 0 \\ C'_{Q_2} = -2Q_2 - 4Q_1 + 440 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = 100 \\ Q_2 = 20 \end{cases}$$

Ta tính:

$$r = \pi''_{Q_1^2} = -2; s = \pi''_{Q_1Q_2} = -4; t = \pi''_{Q_2^2} = -2$$

$$s^2 - rt = (-4)^2 - (-2)(-2) = 12$$

Ta có:  $s^2 - rt = 12 > 0; r = -2 < 0$  dẫn tới hàm lợi nhuận  $C$  đạt cực tiểu.

Chi phí tối thiểu đó là:

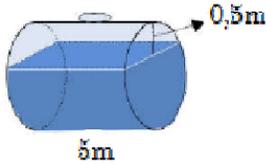
$$C = -(100)^2 + 280 \times 100 - (20)^2 + 440 \times 20$$

$$- 4 \times 100 \times 20 - 20 = 18380 \text{ (đơn vị tiền tệ).}$$

Bước 3: Biểu thị kết quả toán học về bài toán ban đầu. Doanh nghiệp đạt được tối thiểu hóa chi phí khi sản xuất 100 đơn vị hàng hóa thứ nhất và 20 đơn vị hàng hóa thứ 2. Chi phí tối thiểu là 18380 (đơn vị tiền tệ).

Ví dụ 2. Một bồn hình trụ chứa dầu được đặt nằm ngang, có chiều dài 5m, bán kính đáy 1m, với nắp

bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta rút dầu trong bồn tương ứng với 0,5m của đường kính đáy. Tính thể tích khối dầu còn lại trong bồn?



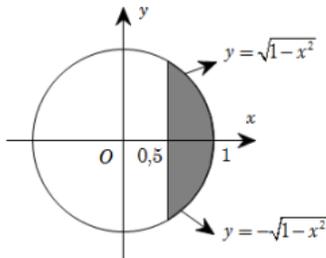
**Phương pháp giải:**

**Bước 1:** Để giải bài toán thực tế trên, GV đặt ra các câu hỏi gợi mở: “SV hãy quan sát hình vẽ và cho biết thể tích khối dầu còn lại trong bồn sẽ được tính bởi hiệu của những phần thể tích nào?”, “Hãy tìm công thức tính thể tích cho các phần thể tích liên quan?”. Vì vậy, để tính thể tích khối dầu còn lại trong bồn cần tính thể tích của toàn bộ bồn chứa, sau đó tính thể tích khối dầu đã bị rút đi, từ đó tìm được thể tích khối dầu còn lại. Ở đây, bài toán áp dụng kiến thức về tích phân xác định để tính thể tích của khối dầu còn lại.

**Bước 2:** Sử dụng tích phân để tính thể tích

Gọi  $V_1$  là thể tích của bồn (hình trụ) đựng dầu:  
 $V_1 = \pi.r^2.h = \pi.1^2.5 = 5\pi(m^3)$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới, gốc tọa độ gắn với tâm của mặt đáy:



Đường tròn đáy có bán kính 1m nên có phương trình:  $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{1-x^2}$

Diện tích phần hình tròn đáy bị mất khi hút dầu:  
 $S = 2 \int_{1/2}^1 \sqrt{1-x^2} dx \approx 0.61(m^2)$

Gọi  $V_2$  là thể tích dầu bị hút ra ngoài:

$V_2 = S \times h = 2 \int_{1/2}^1 \sqrt{1-x^2} dx \times 5 \approx 3.07(m^3)$

**Bước 3:** Vậy thể tích của khối dầu còn lại trong bồn là:  $V = V_1 - V_2 \approx 12.637m^3$ .

**Vi dụ 3.** Nhà sản xuất muốn tính diện tích vải cần thiết để may một chiếc dù cho một hội nghị ngoài trời có dạng mái tròn vòm cong với bán kính 4m và chiều cao từ mặt phẳng chứa bán kính tới đỉnh dù là

2m. Hãy tính diện tích vải phù hợp mà nhà sản xuất cần sử dụng để may được 1 chiếc dù?

**Phương pháp giải:**

**Bước 1:** Chuyển bài toán về mô hình toán học, ta có thể coi chiếc dù là vật thể tròn xoay được tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2 - \frac{x^2}{8}$  và  $y = 0$

quay quanh trục Oy với đơn vị hệ trục Oxy là mét.

**Bước 2:** Giải bài toán sử dụng tích phân để tính diện tích xung quanh của vật thể. Vậy diện tích vải cần may chiếc dù chính là diện tích xung quanh của chiếc dù khi quay quanh trục Oy.

$$\begin{aligned} S_{xq} &= 2\pi \int_0^2 |\varphi(y)| \sqrt{1 + [\varphi'(y)]^2} dy \\ &= 2\pi \int_0^2 \sqrt{16-8y} \sqrt{1 + \frac{16}{16-8y}} dy \\ &= 2\pi \int_0^2 \sqrt{32-8y} dy = 61,3m^2. \end{aligned}$$

**Bước 3:** Vậy diện tích vải cần dùng để may chiếc dù là  $61,3 m^2$ .

**3. Kết luận**

Chuẩn đầu ra của chương trình đào tạo với khối ngành khoa học tự nhiên là “Vận dụng kiến thức khoa học tự nhiên trong quá trình học tập, nghiên cứu và thực hiện các công việc liên quan đến ngành nghề được đào tạo”, Với yêu cầu của chuẩn đầu ra, quá trình giảng dạy được thiết kế theo hướng giảm tính hàn lâm của kiến thức, tăng cường ứng dụng thực tiễn giúp SV dễ tiếp cận, tạo hứng thú và niềm đam mê với toán học. Trong thực tế khi kết hợp kiến thức toán học và kiến thức chuyên ngành là một cách tối ưu để SV và các nhà kỹ thuật giải quyết các vấn đề chuyên môn một cách hiệu quả. Điều này sẽ giúp SV hiểu được tính ứng dụng của kiến thức từ đó hình thành sự yêu thích khoa học và tích cực trong học tập của SV.

**Tài liệu tham khảo**

[1]. Blekman I.I, Muskix A.D, Panovko IA.G., (1985), *Toán học ứng dụng* (bản dịch của Trần Tất Thắng). NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.  
 [2]. Nguyễn Quốc Hưng (2009), *Toán cao cấp và một số ứng dụng trong kinh doanh*, NXB Đại học Quốc gia TPHCM.  
 [3]. Nguyễn Phương Anh (2021), *Ứng dụng của tích phân trong một số ngành kỹ thuật*, Tạp chí Thiết bị giáo dục, Số Đặc biệt tháng 09/2021.  
 [4]. “Ứng dụng tích phân trong bài toán tính thể tích vật thể với dữ kiện toán thực tế”. Toanmath.com.