

# Phương pháp hướng dẫn học sinh thiết lập quy trình giải một số bài toán hình học không gian trong Chương trình Toán lớp 11 mới

Trần Huỳnh Mỹ Duyên\*

\*ThS. Toán, Trường THPT Phạm Thành Trung, Cái Bè, Tiền Giang

Received: 12/12/2023; Accepted: 19/12/2023; Published: 27/12/2023

**Abstract:** The current Vietnamese education sector has set a principled requirement in the process of teaching Mathematics, which is to skills training and capacity building of learners. In this article, I will introduce about the method of guiding students to set up their own solving process in some content of the Spatial Geometry section in the new 11th grade math program.

**Keywords:** Spatial Geometry; Math solving process; Points, lines and planes.

## 1. Mở đầu

Đổi mới phương pháp dạy học đang chuyển từ dạy học theo lối “truyền thụ một chiều” sang dạy cách rèn luyện kỹ năng, hình thành năng lực ở người học. Xây dựng quy trình để giải toán là một phương pháp tạo cho HS năng lực tư duy khoa học và logic, góp phần nâng cao chất lượng dạy học. Vậy xây dựng một quy trình trong thiết kế dạy toán như thế nào? Cách để GV định hướng cho HS tự xây dựng quy trình giải các dạng bài tập hình học không gian ra sao? Bài báo này sẽ trả lời các câu hỏi đó.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Quy trình là gì?

Quy trình là một trình tự thực hiện một hoạt động nào đó đã được quy định, mang tính chất bắt buộc, đáp ứng những mục tiêu cụ thể đề ra [1].

Ưu điểm của quy trình: đơn giản hóa các công việc phức tạp; giúp xem xét vấn đề một cách nhanh chóng, kích thích tư duy logic cũng như có thể phát huy tối đa khả năng ghi nhớ. Trong học tập, việc áp dụng quy trình giúp nâng cao sự tập trung, ghi nhớ, từ đó giúp HS cải thiện kết quả học tập tốt nhất. Trong hoạt động giảng dạy, việc thiết lập các quy trình tạo điều kiện thuận lợi cho tư duy sáng tạo, kích thích khám phá và tìm tòi kiến thức của HS. Bên cạnh đó, nếu GV hướng dẫn HS có thể tự định hướng thiết lập nên một quy trình để tiếp cận vấn đề cũng góp phần giúp cho HS tự nắm bắt kiến thức tốt hơn và khắc sâu hơn.

### 2.2. Dạy học toán theo quy trình như thế nào?

Quy trình giải toán là việc thực hiện một cách có thứ tự các bước giải nhằm tìm ra đáp án của một bài toán đã đặt ra. Thiết lập quy trình giải toán giúp HS

huy động tối đa tiềm năng của bộ não. Dạy học theo quy trình ngày càng được sử dụng hiệu quả hơn trong học kiến thức mới, hệ thống hóa kiến thức, ...

Trong Hình học không gian, ta có thể hướng dẫn HS tự thiết lập quy trình giải toán ở các bài toán “tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng” và “chứng minh ba đường thẳng đồng quy”. Bài viết đề xuất cách hướng dẫn HS tự thiết lập quy trình khi học hai dạng toán trên như sau:

### Các bước hướng dẫn HS tự thiết lập quy trình giải toán:

Bước 1: Đưa ra tình huống (bài toán) có vấn đề cần thiết lập quy trình

- GV: Phát biểu bài toán.

- HS: Chú ý theo dõi, lắng nghe.

Bước 2: GV hướng dẫn HS xây dựng quy trình chung

- GV: Dẫn dắt HS tìm lời giải cho bài toán.

- HS: Theo dõi, lắng nghe hướng dẫn, áp dụng những kiến thức đã học vào giải bài toán.

Bước 3: Hình thành quy trình giải toán

- GV: Nhận xét, chính xác hóa lời giải, giúp HS hình thành kiến thức mới.

- HS: Tiến hành tổng quát hóa kiến thức.

Bước 4: Đưa ra các bài tập vận dụng quy trình vừa thiết lập.

### 2.3. Xây dựng quy trình tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

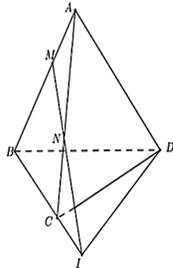
#### 2.3.1. Đặt vấn đề

Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là 2 điểm lần lượt trên  $AB$  và  $AC$  sao cho  $MN$  và  $BC$  cắt nhau. Tìm giao điểm của:

a) Đường thẳng  $AC$  và mặt phẳng  $(BCD)$ .

b) Đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(BCD)$ .  
 2.3.2. GV hướng dẫn HS xây dựng quy trình

Giải câu a): Dựa vào khái niệm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng, HS dễ dàng tìm được giao điểm là điểm  $C$ . (hình 2.1)



Hình 2.1

Hướng dẫn câu b):

- GV giúp HS nhận ra giao điểm  $C$  cần tìm là giao điểm của  $AC$  với giao tuyến của  $(BCD)$  và  $(\alpha)$ , trong đó  $(\alpha)$  chứa đường thẳng  $AC$

+ GV: Điểm  $C$  là giao điểm của  $AC$  với đường thẳng nào thuộc  $(BCD)$ ?

+ HS: Đường thẳng  $BC$  hoặc  $DC$

+ GV: Nếu  $C$  là giao điểm của  $AC$  với  $BC$  thuộc  $(BCD)$  thì  $BC$  là giao tuyến của  $(BCD)$  và mặt phẳng nào chứa  $AC$ ?

+ HS: Mặt phẳng  $(ABC)$

+ GV: Nếu  $C$  là giao điểm của  $AC$  với  $DC$  thuộc  $(BCD)$  thì  $DC$  là giao tuyến của  $(BCD)$  và mặt phẳng nào chứa  $AC$ ?

+ HS: Mặt phẳng  $(ACD)$

- GV gợi ý giúp HS dự đoán các bước giải bài tập dạng này: Như vậy trong cả hai trường hợp trên ta thấy giao điểm  $C$  cần tìm là giao điểm của đường thẳng  $AC$  với giao tuyến của  $(BCD)$  và  $(\alpha)$ , trong đó  $(\alpha)$  chứa  $AC$ .

2.3.3. Hình thành quy trình giải toán

Từ đây GV cho HS dự đoán các bước giải dạng bài tập tìm giao điểm  $I$  của đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(P)$ .

Bước 1: Chọn một mặt phẳng  $(Q)$  chứa  $\Delta$ .

Bước 2: Tìm giao tuyến  $d$  của  $(P)$  và  $(Q)$ .

Bước 3: Giao điểm  $I$  cần tìm là giao điểm của  $d$  với  $\Delta$ .

2.3.4. Vận dụng quy trình trên vào giải bài tập

Bài 1: Giải câu b) của bài toán đặt vấn đề

+ Chọn  $(ABC)$  chứa  $MN$ .

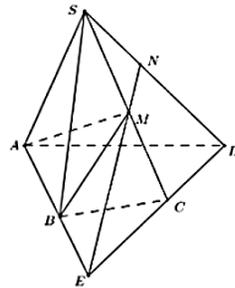
+ Giao tuyến của  $(ABC)$  và  $(BCD)$  là  $BC$ .

+ Trong  $(ABC)$ , gọi  $I = MN \cap BC$ .

Khi đó:  $I \in MN$  và  $I \in BC \subset (BCD)$

Vậy  $I$  là giao điểm của  $MN$  và  $mp(BCD)$ .

Bài 2. Cho tứ giác  $ABCD$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  có hai cạnh  $AB$  và  $CD$  không song song. Gọi  $S$  là điểm ngoài  $(\alpha)$  và  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SD$  và  $(MAB)$ ? (hình 2.2)



Hình 2.2

+ Chọn  $(SCD)$  chứa đường thẳng  $SD$ .

+ Tìm giao tuyến của  $(MAB)$  và  $(SCD)$ :

- Có  $M$  là một điểm chung của của  $(MAB)$  và  $(SCD)$ .

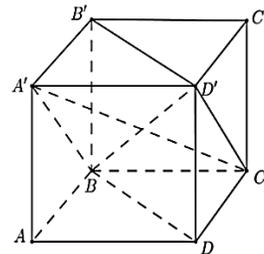
- Trong  $(ABCD)$  gọi  $E = AB \cap CD$

Suy ra  $ME = (MAB \cap (SCD))$ .

+ Trong  $(SCD)$ , gọi  $N = ME \cap SD$ . Khi đó:  $N \in SD$  và  $N \in ME \subset (MAB)$ .

Vậy  $N$  là giao điểm của  $SD$  và  $mp(MAB)$ .

Bài 3: Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tìm giao điểm của  $A'C$  và  $(BB'D'D)$ ? (hình 2.3)



Hình 2.3

+ Chọn  $(A'D'CB)$  chứa đường thẳng  $A'C$ .

+ Giao tuyến của  $BD' = (A'D'CB) \cap (BB'D'D)$

+ Trong  $(A'D'CB)$ , gọi  $O = A'C \cap BD'$ .

Khi đó:  $O \in A'C$  và  $O \in BD' \subset (BB'D'D)$ .

Vậy  $O$  là giao điểm của  $A'C$  và  $mp(BB'D'D)$

**\*\*Bài tập tự luyện:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BC$ .

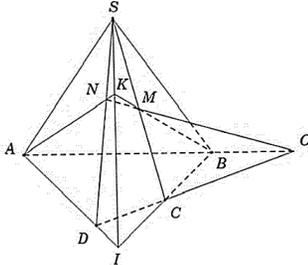
a) Tìm giao điểm của đường thẳng  $CD$  và  $mp(MNK)$ .

b) Tìm giao điểm của đường thẳng  $AD$  và  $mp(MNK)$ .

2.4. Xây dựng quy trình chứng minh ba đường thẳng đồng quy

2.4.1. Đặt vấn đề

Cho tứ giác  $ABCD$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  có hai cạnh  $AB$  và  $CD$  không song song. Gọi  $S$  là điểm ngoài  $(\alpha)$ ; Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ ,  $N$  là giao điểm của  $SD$  với  $mp(MAB)$ ;  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Chứng minh rằng ba đường thẳng  $SO$ ,  $AM$ ,  $BN$  đồng quy? [2] (hình 2.4)



Hình 2.4

2.4.2. GV hướng dẫn HS xây dựng quy trình

+ GV: “ba đường thẳng đồng quy nếu chúng cùng đi qua một điểm”. Giả sử  $AM$  và  $BN$  cắt nhau tại  $I$ . Hỏi  $SO$ ,  $AM$ ,  $BN$  đồng quy khi nào?

+ HS: khi  $SO$  đi qua  $I$  hay ba điểm  $S$ ,  $I$ ,  $O$  thẳng hàng.

+ GV: Trong không gian để chứng minh ba điểm thẳng hàng, ta chứng minh ba điểm đó là các điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt. Hỏi  $SO$  là giao tuyến của hai mặt phẳng nào?

+ HS:  $(SBD)$  và  $(SAC)$ .

+ GV:  $I$  có phải là điểm chung của  $(SBD)$  và  $(SAC)$  không? vì sao?

+ HS: Vì  $I \in AM \subset (SAC)$ ,  $I \in BN \subset (SBD)$  nên  $I$  là điểm chung của  $(SBD)$  và  $(SAC)$

+ GV: Trong  $mp(MAB)$ , gọi  $I = AM \cap BN$ , nên  $SO$ ,  $AM$ ,  $BN$  đồng quy khi  $SO$  đi qua  $I$  hay  $S$ ,  $I$ ,  $O$  thẳng hàng.

Mặt khác,  $SO = (SAC) \cap (SBD)$ ;  $I \in AM \subset (SAC)$  và  $I \in BN \subset (SBD)$  nên  $S$ ,  $I$ ,  $O$  đều thuộc vào giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  hay  $S$ ,  $I$ ,  $O$  thẳng hàng. Vậy  $SO$ ,  $AM$ ,  $BN$  đồng quy tại  $I$ .

2.4.3. Hình thành quy trình giải toán

Từ bài toán trên, GV cho HS dự đoán các bước giải dạng bài tập chứng minh ba đường thẳng  $a$ ,  $b$ ,  $c$  đồng quy [3] như sau:

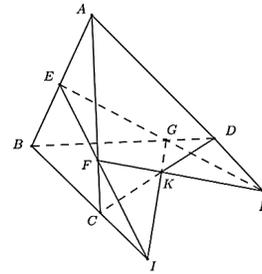
Bước 1: Tìm giao điểm  $I$  của hai đường thẳng  $a$ ,  $b$ .

Bước 2: Tìm hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  sao cho  $c = (P) \cap (Q)$  và  $I$  là điểm chung của  $(P)$  và  $(Q)$ . Suy ra  $a, b, c$  đồng quy tại  $I$ .

2.4.4. Vận dụng quy trình trên vào giải bài tập

Bài: Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E$ ,  $F$ ,  $G$  lần lượt là

ba điểm nằm trên  $AB$ ,  $AC$  và  $BD$  sao cho  $EF$  cắt  $BC$  tại  $I$ ,  $EG$  cắt  $AD$  tại  $H$  ( $H \neq D, I \neq C$ ). Chứng minh  $CD$ ,  $IG$ ,  $HF$  đồng quy. (hình 2.5)



Hình 2.5

Trong  $(GEF)$ , gọi  $K = HF \cap IG$  nên  $CD$ ,  $IG$ ,  $HF$  đồng quy khi  $CD$  đi qua  $K$  hay  $C$ ,  $K$ ,  $D$  thẳng hàng.

Mặt khác,  $CD = (ACD) \cap (BCD)$ ;  $K \in HF \subset (ACD)$  và  $K \in IG \subset (BCD)$  nên  $C$ ,  $K$ ,  $D$  đều thuộc vào giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  hay  $C$ ,  $K$ ,  $D$  thẳng hàng.

Vậy  $CD$ ,  $IG$ ,  $HF$  đồng quy tại  $K$ .

**\*\* Bài tập tự luyện:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  có  $AB$  không song song với  $CD$ . Trên  $SC$ , lấy điểm  $E$  không trùng với  $S$  và  $C$ . Gọi  $F$  là giao điểm của  $SD$  và mặt phẳng  $(ABE)$ . Chứng minh rằng ba đường thẳng  $AB$ ,  $CD$  và  $EF$  đồng quy.

3. Kết luận

Việc giải toán hình học không gian bằng cách thiết lập quy trình giúp rèn luyện cho HS khả năng phân tích, đánh giá, tự tìm ra hướng giải cho bài toán. Từ đó, kích thích được hứng thú học tập của HS, hạn chế tình trạng lớp học thụ động theo hướng truyền thụ một chiều “thầy đọc trò chép”. Đồng thời, nếu HS có thể tự tìm tòi thiết lập được quy trình giải một bài toán, sẽ giúp HS tư duy, so sánh được các nội dung kiến thức với nhau, giúp cho kiến thức được khắc sâu hơn. GV có thể vận dụng linh hoạt kỹ thuật này vào giảng dạy một số nội dung trong môn Toán nhằm cải thiện tư duy phân tích cho HS, góp phần nâng cao được khả năng tư duy logic của HS, giúp các em nắm vững các phương pháp giải bài tập, có thể tự mình giải quyết được một số dạng bài tập về hình học không gian từ đó xóa bỏ được rào cản tâm lý, có hứng thú học tập.

Tài liệu tham khảo

1. Hoàng Phê (2004), *Từ điển tiếng Việt*, NXB Đà Nẵng, Trung tâm từ điển học
2. Nguyễn Ngọc Thu, *Phương pháp giải toán hình học không gian*, NXB Đại học quốc gia Hà Nội.
3. *Sách giáo khoa Toán II Chân trời sáng tạo, Tập 2* (2023), NXB Giáo dục Việt Nam.