Journal of educational equipment: Applied research, Volume 2, 327 (December 2024)
ISSN 1859 - 0810

Khai thác và xây dựng bài toán mới để tăng tính hiệu quả dạy toán hình học trung học cơ sở

*Hoàng Thị Thu Hiền**

**ThS. Trường TH&THCS Thực hành sư phạm Nghệ An*
Received:19/11/2024; Accepted:5/12/2024; Published: 11/12/2024

Abstract: *After many years of working and teaching math, I realized that learning math in general and nurturing students' math learning ability in particular, wanting students to practice creative thinking in learning and solving math, what each teacher needs to do is to help students exploit math problems so that from a problem we only need to add or subtract some assumptions or conclusions to get a richer problem, applying a lot of learned knowledge to promote internal strength in solving math in particular and learning math in general.*

Keywords: *Exploit and build new problem, effective teaching of geometry, junior high school*

1. Đặt vấn đề

Toán học là một bộ môn khoa học tự nhiên mang tính logíc, tính trừu tượng cao. Đặc biệt là với hình học nó giúp cho học sinh (HS) khả năng tính toán, suy luận logíc và phát triển tư duy sáng tạo. Việc bồi dưỡng HS học toán không đơn thuần chỉ cung cấp cho các em một số kiến thức cơ bản thông qua việc làm bài tập hoặc làm càng nhiều bài tập khó, hay mà giáo viên (GV) phải biết rèn luyện khả năng và thói quen suy nghĩ tìm tòi lời giải của một bài toán trên cơ sở các kiến thức đã học. Bên cạnh đó GV còn phải biết định hướng cho HS khai thác bài toán quen thuộc thành các bài toán mới có nội dung phong phú hơn.

Sau nhiều năm công tác và giảng dạy môn toán tôi nhận thấy việc học toán nói chung và bồi dưỡng HS năng lực học toán nói riêng , muốn HS rèn luyện được tư duy sáng tạo trong việc học và giải toán thì việc cần làm ở mỗi người thầy, đó là giúp HS khai thác đề bài toán để từ một bài toán ta chỉ cần thêm bớt một số giả thiết hay kết luận ta sẽ có được bài toán phong phú hơn, vận dụng được nhiều kiến thức đã học nhằm phát huy nội lực trong giải toán nói riêng và học toán nói chung. Vì vậy tôi đã tìm tòi, giải và chắt lọc hệ thống lại một số các bài tập mà ta có thể khai thác được đề bài để HS có thể lĩnh hội được nhiều kiến thức trong cùng một bài toán.

Với mong muốn bồi dưỡng năng lực học toán cho HS hiện nay và cũng nhằm rèn luyện khả năng sáng tạo trong học toán cho HS để các em có thể tự phát huy năng lực độc lập sáng tạo của mình nên tôi xin đưa ra một số cách *"Khai thác và xây dựng bài toán mới để tăng tính hiệu quả dạy toán hình học*".

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Cách thức khai thác và xây dựng bài toán mới

Có 5 con đường để khai thác và xây dựng bài toán mới từ bài toán ban đầu đã biết trong sách giáo khoa. Đó là:

- Lập bài toán tương tự với bài toán ban đầu.
- Lập bài toán đảo của bài toán ban đầu
- Thêm vào bài toán ban đầu một số yếu tố, đặc biệt hóa bài toán ban đầu.
- Bớt đi một số yếu tố của bài toán ban đầu, khái quát hóa bài toán ban đầu.
- Thay đổi một số yếu tố của bài toán ban đầu.

Theo đó, có thể tiến hành trong khi dạy học trong các chuyên đề tự chọn hoặc trong các tiết dạy luyện tập, ôn tập. GV tiến hành tập luyện cho HS hoạt động xây dựng bài toán mới từ bài toán ban đầu theo quy trình sau:

Bước 1: Trang bị tri thức. Cụ thể, trang bị cho HS những kiến thức cơ bản về khái quát hóa, đặc biệt hóa, trừu tượng hóa, tương tự. Giới thiệu cho HS các con đường có thể xây dựng bài toán mới từ bài toán ban đầu và minh họa thông qua hướng dẫn HS cùng khai thác.

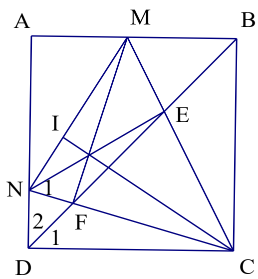
Bước 2: Cho HS tập luyện theo từng con đường xây dựng bài toán mới. Bước này có thể cho từng cá nhân hoặc chia nhóm để HS thực hành theo từng con đường xây dựng bài toán mới.

Bước 3: Tập luyện tổng hợp. Bước này có thể tiến hành như sau:

GV chia lớp thành các nhóm và giao bài toán cần khai thác; mỗi cá nhân trong nhóm tiến hành khai thác theo các con đường xây dựng bài toán mới đã biết và giải quyết các bài toán mới rồi cùng trao đổi cả nhóm. Các thành viên trong nhóm thống nhất tổng hợp kết quả của nhóm; GV điều hành các nhóm thảo luận rút ra kết luận chung cho cả lớp.

2.2. Xây dựng bài toán mới từ bài toán ban đầu

Bài toán 1: Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm M và trên cạnh AD lấy điểm N sao cho góc MCN = 45^0. Gọi E, F lần lượt là giao điểm của BD với CM và CN.



Hình 2.1

a) Chứng minh:

(1) $\dfrac{AF}{FE} = \dfrac{DF}{NF}$

(2) $\Delta ADF \sim \Delta ENF$

b) Kẻ CI vuông góc với MN. Chứng minh CI, NE và MF đồng quy

c) Chứng minh diện tích tam giác CEF bằng diện tích tứ giác MNFE

Lời giải

a) Xét ΔCEF và ΔDNF có:

$\widehat{D_2} = \widehat{FCE} = 45^0$

$\widehat{CFE} = \widehat{DFN}$ (Đối đỉnh)

Suy ra: (1) $\Delta CEF \sim \Delta DNF (g.g)$

Suy ra $\dfrac{CF}{FE} = \dfrac{DF}{NF}$

b) (2) Từ $\dfrac{CF}{FE} = \dfrac{DF}{NF}$ và góc CFD bằng góc EFN (đối đỉnh)

=> $\Delta CDF \sim \Delta ENF$ (c.g.c)

. $\Delta CDF \sim \Delta ENF$ => $\hat{D}_1 = \hat{N}_1$ => $\hat{N}_1 = 45^0$

=> ΔCEN vuông cân tại E => NE là đường cao của ΔCMN

. Tương tự MF cũng là đường cao của ΔCMN

Lại có CI là đường cao của ΔCMN. Nên CI, MF và NE đồng quy

c) Ta có:

ΔCEN vuông cân tại E => $\dfrac{CE}{CN} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Tương tự $\dfrac{CF}{CM} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

=> $\Delta CEF \sim \Delta CNM$ (c.g.c)

=> $\dfrac{S_{CEF}}{S_{CNM}} = \left(\dfrac{CE}{CN}\right)^2 = \dfrac{1}{2}$ => $S_{CFE} = S_{MNFE}$

Vậy $S_{CFE} = S_{MNFE}$

Nhận xét: Nếu trên đường thẳng AB lấy điểm K sao cho CK vuông góc với CN

Khi đó $\widehat{MCN} = \widehat{MCK} = 45^0$ và $\Delta BCK = \Delta DCN$ (g.c.g)

nên CN = CK suy ra $\Delta CKM = \Delta CNM$.

Do đó CB = CI không đổi

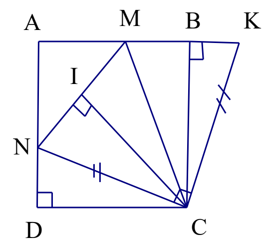
và MN = MK = MB + BK = MB + DN (Vì BK = DN)

Ta có AM + AN + MN = AM + AN + MB + DN = AB + AD

Suy ra chu vi tam giác AMN không đổi (hình 2.1).

Từ đó ta có bài toán tổng quát sau:

Bài toán 2: Cho hình vuông ABCD có cạnh a. Các điểm M, N theo thứ tự chuyển động trên các cạnh AB, AD sao cho $\widehat{MCN} = 45^0$.



Hình 2.2

Chứng minh rằng:

Khoảng cách từ C đến MN không đổi.

Chu vi tam giác AMN không đổi

Lời giải:

a) Trên đường thẳng AB lấy điểm K sao cho CK ⊥ CN

Xét ΔBCK và ΔDCN có CB = CD =a

$\widehat{CBK} = \widehat{CDN} = 90^0$

$\widehat{BCK} = \widehat{DCN} = 90^0 - \widehat{NCB}$

$\Rightarrow \Delta BCK = \Delta DCN$ (g.c.g)

$\Rightarrow$ CN = CK

Xét ΔCKM và ΔCNM có: $\widehat{MCN} = \widehat{MCK} = 45^0$

CN = CK

CM: chung

Suy ra: $\Delta CKM = \Delta CNM$ (c.g.c)

ΔBCM và ΔICM có: $\widehat{IMC} = \widehat{BMC}$

(*vì* $\Delta CKM = \Delta CNM$)

MC: chung

$\widehat{MIC} = \widehat{MBC} = 90^0$

$\Rightarrow \Delta BCM = \Delta ICM$ (Cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow$ CI = CB = a không đổi.

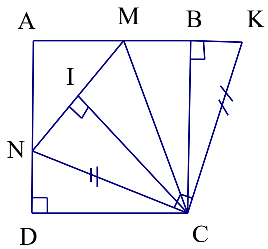
b) Vì $\Delta CKM = \Delta CNM \Rightarrow$ MN = MK = MB + BK = MB + DN (Vì BK = DN)

suy ra: AM + AN +MN = AM + AN + MB + DN
= AB + AD
= 2a không đổi (hình 2.2).

Nhận xét: Vì CI ⊥ MN tại I và CI = a không đổi nên đường thẳng MN tiếp xúc với đường tròn (C; a) cố định . Từ đó ta có bài toán:

Bài toán 3: Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng a. Trên hai cạnh AB, AD lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $\widehat{MCN} = 45^0$.

Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn tiếp xúc với đường tròn cố định.



Hình 2.3

Lời giải:

Kẻ CI vuông góc với MN tại I

Dựng đường thẳng vuông góc với CN tại C, cắt đường thẳng AB

tại K thì K thuộc tia đối của tia BA.

Ta có: $\widehat{BCK} = \widehat{DCN} (= 90^0 - \widehat{BCN})$

Nên $\Delta CBK = \Delta CDN$ (g.c.g)

Suy ra CK = CN.

$\widehat{MCK} = \widehat{NCK} - \widehat{NCM} = 45^0 = \widehat{NCM}$

$\Rightarrow \Delta KCM = \Delta NCM$ (g.c.g)

$\Rightarrow CI = CB = a$

Vậy đường thẳng MN luôn tiếp xúc với đường tròn tâm C, bán kính a cố định (hình 2.3).

Nhận xét:

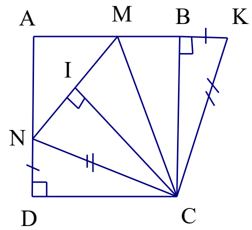
Từ giả thiết $\widehat{MCN} = 45^0$ (1)

ta đã chứng minh được AM +AN + MN = 2a (2).

Nếu thay giả thiết (1) bởi giả thiết (2) thì ta cũng dễ dàng chứng minh được đường thẳng MN luôn tiếp xúc với đường tròn cố định.

Ta có bài toán:

Bài toán 4: Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng a. Trên hai cạnh AB, AD lần lượt lấy 2 điểm M và N sao cho:



Hình 2.4

AM + AN + MN = 2a (1). Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Lời giải:

Kẻ CI vuông góc với MN tại I.

Trên tia đối của tia BA lấy điểm K sao cho BK = DN (1)

ta có $\Delta CBK = \Delta CDN$ (c.g.c)

Suy ra CK = CN.

Mặt khác từ giả thiết AM + AN + MN = 2a và từ cách dựng điểm K, ta có:

MN = 2a – AN – AM
= 2a – (AD – ND) – AM
= a + ND – AM; (2)

MK = MB + BK = AB – AM + BK
= a + BK – AM. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra MK = MN

$\Rightarrow \Delta CMK = \Delta CMN$ (c.c.c)

$\Rightarrow$ CI = CB = a

Vậy đường thẳng MN luôn tiếp xúc với đường tròn tâm C, Bán kính a cố định (hình 2.4).

Nhận xét: Với AM + AN + MN = 2a

hay $\widehat{MCN} = 45^0$

Khi đó $S_{CMN} = \frac{1}{2}CI.MN = \frac{1}{2}a.MN$ *sẽ thay đổi phụ thuộc vào độ dài đoạn thẳng MN .*

3. Kết luận

Toán học là công cụ của các môn học, toán là môn khoa học mang tính logic trừu tượng cao. Giải bài tập toán giúp HS tìm tòi khám phá nhiều kiến thức khác nhau. Nhiều bài toán góp phần hệ thống các đơn vị kiến thức với nhau, có nhiều hướng đi đúng, các cách giải khác nhau mà vẫn đạt được cùng kết quả; qua đó so sánh đi đến kết luận lời giải hay nhất. Việc giải bài tập toán sẽ giúp HS phát huy tính độc lập, sáng tạo. Ngoài ra còn có ý nghĩa giúp HS áp dụng toán học vào cuộc sống, đặc biệt là môn Toán ở bậc THCS.

Với sự chọn lựa hệ thống bài tập lôgic, khai thác sâu từng bài toán đã mang lại cho HS nhiều tình huống mới mẻ, HS hứng thú hơn trong học tập đồng thời giúp HS biết cách khai thác sâu từng bài toán.

Tài liệu tham khảo

[1]. Hà Huy Khoái, Nguyễn Duy Đoan (2022), *Sách giáo khoa, sách GV, sách bài tập toán 9 hiện hành,* NXB Giáo dục, Hà Nội.

[2]. Vũ Hữu Bình (2024), *Nâng cao và phát triển toán 9*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[3]. Lê Hải Châu, Nguyễn Xuân Quỳ (2001), *Cách tìm lời giải các bài toán THCS,* NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[4]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2022), *Một số chuyên đề bồi dưỡng cán bộ quản lý và GV THCS,* Hà Nội.