

KHÁM PHÁ CHỨC NĂNG “MỤC ĐÍCH VÀ PHƯƠNG TIỆN” TRONG DẠY HỌC TOÁN CAO CẤP CHO SINH VIÊN TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG

*DISCOVERING THE FUNCTIONS "PURPOSE AND MEANS" IN TEACHING
PREMIUM MATHEMATICS FOR STUDENTS AT VAN LANG UNIVERSITY*

NGUYỄN VĂN LỘC(*) và TRỊNH QUỐC THÀNH(**)

TÓM TẮT: *Dạy học Toán cao cấp cho sinh viên Trường Đại học Văn Lang phải thực hiện được hai chức năng khám phá “mục đích” và “phương tiện” của tri thức. Bài viết “hiện thực hóa” ý tưởng này thông qua dạy học chủ đề “Định thức - Ma trận” của giáo trình Toán cao cấp cho sinh viên Trường Đại học Văn Lang nhằm hình thành kỹ năng khám phá cho sinh viên.*

Từ khóa: *mục đích; phương tiện; ma trận; định thức; khám phá.*

ABSTRACT: *Teaching Premium mathematics for students at Van Lang University must perform two discovering functions, the “Purpose” and “Means” of knowledge. The paper realizes this idea through teaching the topic “Determinant - Matrix” of Premium mathematics textbook for Van Lang University students in order to shape discovering skills for students.*

Key words: *purpose; means; matrix; determinant; discovery.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Cuộc Cách mạng công nghiệp 4.0 đặt ra nhu cầu cho toàn thể nhân loại là “đổi mới và sáng tạo” một trong những công cụ rất mạnh dùng để đổi mới và sáng tạo là kỹ năng khám phá. Việc khám phá chức năng “mục đích và phương tiện” trong dạy học toán cao cấp cho sinh viên Trường Đại học Văn Lang là hết sức cần thiết. Vì thế, chúng tôi chấp bút viết bài này. Mỗi kiến thức Toán cao cấp dạy trong trường đại học phải thực hiện được hai chức năng: mục đích và phương tiện. Với chủ đề “Ma trận và Định thức”, chức năng mục đích: kiến thức ma trận và định thức là mục đích của dạy học, phải dạy cho sinh viên không chỉ nắm vững các khái niệm, các tính chất mà còn phải dạy cho sinh viên khám phá các cách khác nhau chứng minh các tính chất của chúng;

Chức năng phương tiện là: ma trận và định thức là phương tiện để hình thành kiến thức mới, là phương tiện để giải các bài toán của các chủ đề khác và của các mô hình kinh tế.

2. NỘI DUNG

Mỗi kiến thức khoa học được lựa chọn dạy cho sinh viên trong trường đại học không chỉ nhằm trang bị cho sinh viên tri thức “nghe” để sinh viên “muru sinh” khi ra trường mà còn góp phần hình thành cho sinh viên những phẩm chất về nhân cách, những kỹ năng mềm chuẩn bị cho sinh viên hội nhập trong cuộc Cách mạng công nghiệp 4.0. Do vậy, mỗi kiến thức với tư cách là mục đích và phương tiện của dạy học phải thực hiện được các yêu cầu đó. Một trong các kỹ năng mềm quan trọng của người lao động là kỹ năng khám phá các cách giải quyết tình huống đặt ra trong thực tiễn để lựa

(*) PGS.TS. Trường Đại học Văn Lang, nguyenvanloc@vanlanguni.edu.vn

(**) ThS. Trường Đại học Văn Lang, trinhquocthanh@vanlanguni.edu.vn, Mã số: TCKH21-10-2020

chọn được phương án giải quyết tối ưu và kỹ năng khám phá các ứng dụng đa dạng của kiến thức trong thực tiễn. Kỹ năng này hoàn toàn có thể hình thành cho sinh viên trong dạy học các môn học trong nhà trường. Với mỗi chức năng mục đích và phương tiện, chúng tôi sẽ trình bày tiềm năng các tình huống dạy học khám phá các chức năng này.

2.1. Khám phá chức năng “mục đích và phương tiện dạy học” của định thức

2.1.1. Chức năng “mục đích dạy học” của định thức

Dạy học kiến thức định thức và phương pháp tính định thức nhằm hình thành tư duy khám phá các tình huống trong Toán học và thực tiễn. mục đích dạy học tính định thức được thực hiện trong các phương pháp khác nhau tính định thức như sau [2, tr.100-tr.109].

Phương pháp 1. Phương pháp sử dụng các phép biến đổi sơ cấp: Phương pháp này được thực hiện dựa trên cơ sở tri thức là một số định lý về tính chất của định thức (chúng làm thành các phép biến đổi sơ cấp định thức), như sau:

Định lý 1: Nếu đổi chỗ hai dòng (hai cột) cho nhau thì giá trị của định thức đổi dấu.

Định lý 2: Nếu nhân một dòng (một cột) với số thực k khác 0, thì giá trị định thức nhân với k .

Định lý 3: Lấy một dòng (một cột) nhân với một số rồi cộng vào dòng (cột) khác thì định thức không đổi.

Định lý 4: Định thức của ma trận tam giác trên (dưới) bằng tích của các phần tử trên đường chéo chính.

Phương pháp 2. Phương pháp dùng định lý Laplace

Khái niệm định thức con bù và phần bù đại số. Cho A là ma trận vuông cấp n và $D = \det A$. Khi đó, D được gọi là một định thức cấp n . Định thức M được gọi là định thức con cấp k của D , nếu M là định thức của một ma trận vuông cấp k gồm các phần tử nằm ở giao của k dòng và k cột nào đó của D . Định thức con $\overline{M}$ cấp $n-k$ thu được từ D bằng cách xóa đi k dòng và k cột lập nên định thức

con M được gọi là định thức bù của M trong A . Nếu định thức con M được thành lập từ k dòng $i_1, i_2, \dots, i_k$ và k cột $j_1, j_2, \dots, j_k$ thì phần bù đại số của M được xác định như sau:

$$(-1)^{i_1+i_2+\dots+i_k+j_1+j_2+\dots+j_k} \overline{M}$$

Phần bù đại số của a_{ij} được ký hiệu bởi

$$A_{ij}, A_{ij} = (-1)^{i+j} \overline{M}_{ij}$$

Định lý Laplace: Cho $A = [a_{ij}]$ là ma trận vuông cấp n . Khi đó, với k dòng (cột) cho trước, định thức của A bằng tổng của các tích của tất cả các định thức con cấp k lấy từ k dòng (cột) đó với phần bù đại số của chúng.

Ví dụ: Tính định thức sau :

$$D = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & -3 & -1 & 2 \\ 1 & -5 & 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

Cách giải 1: Khai triển theo dòng 1 và dòng 3. Các định thức con cấp 2 khác 0 lập từ 2 dòng này là:

$$M_{13}^{13} = \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -8;$$

$$M_{13}^{14} = \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -10;$$

$$M_{13}^{34} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 7$$

Các phần bù đại số là:

$$A_{13}^{13} = (-1)^8 \begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ -5 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -20;$$

$$A_{13}^{14} = (-1)^9 \begin{vmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 1 & -3 & 2 \\ -5 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 62;$$

$$A_{13}^{34} = (-1)^{11} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -5 & 5 \end{vmatrix} = -87;$$

Vậy $D = (-8) \cdot (-20) - 10 \cdot 62 + 7 \cdot (-87) = -1069$.

Cách giải 2: (Sử dụng các định lý 1-4, đưa về dạng định thức của ma trận tam giác trên (hoặc tam giác dưới)). Ta cũng có: $D = -1069$

Với định thức cấp ba, ngoài hai phương pháp trên còn có thể dùng các phương pháp đặc thù khác như phương pháp Xarus, phương pháp tam giác, phương pháp các đường song song.

2.1.2. Chức năng “phương tiện dạy học” của định thức

Chức năng “phương tiện dạy học” của tính định thức được thể hiện trong các tình huống sau đây:

Tình huống 1. Sử dụng tính định thức trong các bài toán tìm hạng của ma trận.

Cho ma trận $A = [a_{ij}] \neq 0$. Ta định nghĩa hạng của A là cấp cao nhất của các định thức con khác không của ma trận A, ký hiệu $r(A)$ hay $\text{rank}(A)$

Tình huống 2. Sử dụng tính định thức trong các bài toán tìm ma trận nghịch đảo. Một ma trận vuông A cấp n được gọi là khả nghịch nếu tồn tại một ma trận vuông B cấp n sao cho $AB = BA = I_n$. Ma trận B được gọi là nghịch đảo của A.

Công thức tính ma trận nghịch đảo của ma trận A: $A^{-1} = \frac{1}{\det A} (P_A)$

Tình huống 3. Sử dụng tính định thức trong các bài toán giải phương trình ma trận.

$$AX = B, |A| \neq 0 \Rightarrow X = A^{-1}B$$

$$XA = B, |A| \neq 0 \Rightarrow X = BA^{-1}$$

Tình huống 4. Sử dụng tính định thức trong giải hệ phương trình tuyến tính Cramer, thông qua sử dụng định lý Cramer “Hệ Cramer luôn có nghiệm duy nhất”, xác định bởi công

thức: $x_i = \frac{D_i}{D}$, $i = \overline{1, n}$. Trong đó: $D = \det(A)$

với A là ma trận hệ số, và D_i là định thức của ma trận thu được từ A bằng cách thay cột thứ i bởi cột hệ số tự do.

Ví dụ: Giải hệ phương trình.

Cách giải 1: Ta có:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 5 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 8x_1 - x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 8 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 18 \neq 0.$$

Vậy, hệ đã cho là hệ Cramer nên có nghiệm duy nhất là:

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{1}{18} \begin{vmatrix} 5 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 5 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1, x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{1}{18} \begin{vmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 8 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 1, x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{1}{18} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 5 \end{vmatrix} = -2$$

Vậy, hệ có một nghiệm là (1, 1, -2)

Cách giải 2: Ta có:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 8 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 18 \neq 0, A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Do đó, nghiệm của hệ là:

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Vậy, nghiệm của hệ là (1, 1, -2).

2.2. Khám phá chức năng “mục đích và phương tiện dạy học” của hạng ma trận

2.2.1. Chức năng “mục đích dạy học” của hạng ma trận [3]

Mục đích dạy học tính hạng ma trận được thực hiện trong các phương pháp khác nhau:

Phương pháp 1. Tìm hạng của ma trận bằng các phép biến đổi sơ cấp trên các ma trận. 1) Các phép biến đổi sơ cấp sau không làm thay đổi hạng của ma trận: Đổi chỗ hai dòng (cột); Nhân một dòng (cột) với một số khác không; Thay một dòng (cột) bằng tổng của nó với một dòng (cột) khác đã nhân với một số; 2) Ma trận bậc thang là ma trận có hai tính chất: Các dòng khác không (tức là dòng có phần tử khác 0) luôn ở trên các dòng không (tức là dòng có tất cả các phần tử bằng 0); Trên

hai dòng khác không bất kỳ thì phần tử khác không đầu tiên ở dòng dưới bao giờ cũng ở bên phải cột chứa phần tử khác không đầu tiên ở dòng trên; 3) Phương pháp tìm hạng của ma trận: Đưa ma trận A đã chọn về dạng bậc thang B bằng các phép biến đổi sơ cấp; Kết luận hạng của A chính là số dòng khác không của B.

Phương pháp 2. Phương pháp định thức

bao quanh: Cho ma trận $A = [a_{ij}]_{m \times n}$

Bước 1. Chọn trong A định thức con cấp r khác 0 là: $D_r = D_{i_1 i_2 \dots i_r}^{j_1 j_2 \dots j_r} \neq 0$

Bước 2. Xác định các định thức con cấp (r+1) bao quanh A bằng cách bổ sung thêm vào

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 3 \\ -6 & 6 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{d_1 := \frac{1}{2}d_1} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -6 & 6 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} d_2 := d_2 + 6d_1 \\ d_3 := d_3 - 3d_1 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 3 & 2 & 6 \\ 0 & \frac{11}{2} & \frac{17}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{d_2 := \frac{1}{3}d_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & 2 \\ 0 & \frac{11}{2} & \frac{17}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{d_3 := d_3 - \frac{11}{2}d_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & 2 \\ 0 & 0 & \frac{29}{6} & -\frac{25}{2} \end{bmatrix}$$

Vậy $r(A) = 3$.

Cách giải 2 (Phương pháp định thức bao quanh):

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -6 & 6 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \end{bmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 6 = 6 \neq 0;$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -6 & 6 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \end{vmatrix} = (84 + 24 + 40) - (-18 + 42 + 40) = 148 - 64 = 84 \neq 0;$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -6 & 6 & -3 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix} = (36 - 72 + 9) - (54 + 18 - 24) = -27 - 48 = -75;$$

$$\Rightarrow \text{rank}(A) = 3$$

2.2.2. Chức năng “phương tiện dạy học” của hạng ma trận [4]

Chức năng “phương tiện dạy học” của hạng ma trận được thể hiện trong các tình huống sau đây:

Tình huống 1. Sử dụng hạng của ma trận để xác định số nghiệm hệ phương trình tuyến tính, thông qua sử dụng định lý Kronecker-Cappeli: “Cho hệ phương trình với m phương trình và n ẩn. $A, \bar{A}$ lần lượt là ma trận các hệ số và ma trận mở rộng. Khi đó:

1) $r(A) = r(\bar{A}) = n \Leftrightarrow$ Hệ có nghiệm duy nhất.

một dòng, một cột nào đó trong số dòng cột còn lại của A.

Bước 3. Nếu $\forall D_{r+1} = 0$ thì $r(A) = r$. Nếu $\exists D_{r+1} \neq 0$ thì lặp lại bước 2 với D_{r+1} cho đến khi quá trình tính dừng lại, và ta kết luận hạng của A.

Ví dụ: Tìm hạng ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 3 \\ -6 & 6 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

Cách giải 1 (Phương pháp biến đổi sơ cấp):

2) $r(A) = r(\bar{A}) = n \Leftrightarrow$ Hệ có vô số nghiệm.

3) $r(A) = r(\bar{A}) = n \Leftrightarrow$ Hệ vô nghiệm.

Tình huống 2. Sử dụng hạng của ma trận trong xác định hạng của hệ vector.

Trong $\mathbb{R}^n$ cho hệ vector:

$$\alpha_1 = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n})$$

$$\alpha_2 = (a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n})$$

.....

$$\alpha_m = (a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn}). \Rightarrow A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Hạng của ma trận A bằng hạng của hệ vector dòng, bằng hạng của hệ vector cột của A

Ví dụ: Tìm điều kiện của m để hệ phương trình sau có nghiệm:

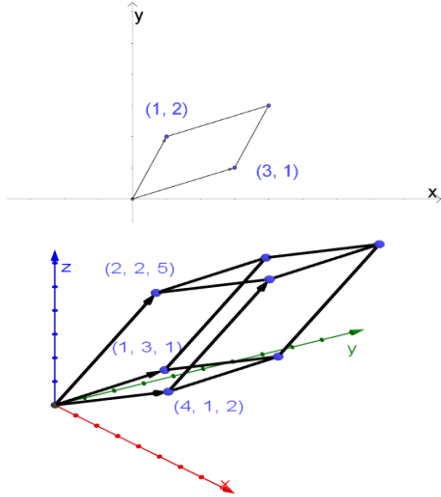
$$\begin{cases} x + 2y + m^2z = 1 \\ x + 2y + 4z = 2 \\ x + 3y + 9z = 3 \end{cases}$$

Giải: Xét ma trận hệ số mở rộng của hệ phương trình:

$$\bar{A} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & m^2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 9 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow[\substack{d_2 \leftrightarrow d_3}]{d_1 \leftrightarrow d_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 9 & 3 \\ 1 & 2 & m^2 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow[\substack{d_3 := (-1)d_1 + d_3}]{d_2 := (-1)d_1 + d_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & m^2 - 4 & -1 \end{array} \right]$$

Ta có $r(\bar{A}) = 3$. Để hệ có nghiệm, ta phải có $r(A) = 3 \Leftrightarrow m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$.

2.3. Khám phá chức năng “phương tiện dạy học” của định thức và ma trận trong các bài toán tính diện tích và thể tích



Theo hình vẽ, hai điểm trong mặt phẳng sẽ xác định được một hình bình hành và ba điểm trong không gian 3 chiều sẽ xác định một hình lục diện. Khi đó, nếu ta coi tọa độ của các điểm như là ma trận có kích thước 2×1 và 3×1 , thì diện tích và thể tích sẽ được tính bằng định thức. Ví dụ, trong hình vẽ, diện tích và thể tích sẽ được tính theo công thức:

$$S = \det \begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = 5$$

$$V = \det \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = 41$$

2.4. Khám phá chức năng “phương tiện dạy học” của định thức và ma trận trong kinh tế

Với chức năng “phương tiện của dạy học”, định thức - ma trận có thể tìm được các ứng dụng đa dạng trong kinh tế.

2.4.1. Các hình thái của định thức - ma trận trong giải các bài toán kinh tế

Ví dụ: Một công ty sản xuất 3 loại sản phẩm A, B, C. Mỗi loại sản phẩm cần một hỗn hợp các nguyên liệu P, Q, R để sản xuất. Biết rằng yêu cầu về nguyên liệu P, Q, R khi sản xuất của mỗi đơn vị sản phẩm A, B, C như sau:

$$\begin{array}{c|ccc} & P & Q & R \\ \hline A & 2 & 3 & 1 \\ B & 4 & 2 & 5 \\ C & 2 & 4 & 2 \end{array}$$

Nếu công ty sản xuất 100 đơn vị mỗi sản phẩm thì tổng yêu cầu của họ đối với mỗi loại nguyên liệu là:

$$\begin{array}{c|ccc|ccc} & A & B & C & P & Q & R & & P & Q & R \\ \hline [100 & 100 & 100] & \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} & \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & = & \begin{bmatrix} 800 & 900 & 800 \end{bmatrix} \end{array}$$

2.4.2. Các hình thái của định thức - ma trận trong các mô hình kinh tế

Xét mô hình Input-output [1, tr.48-52), ma trận tổng cầu được xác định theo công thức: $X = (I - A)^{-1}B$. Ma trận $(I - A)$ gọi là ma trận Leontief.

Ví dụ: Giả thiết có 3 ngành kinh tế với ma trận hệ số chi phí đầu vào là:

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}.$$

Nếu cầu cuối cùng đối với hàng hóa của 3 ngành kinh tế đã cho lần lượt 10, 5, 6 đơn vị tiền tệ thì tổng cầu đối với hàng hóa của mỗi ngành là bao nhiêu?

Giải: Theo giả thiết ta có ma trận cầu cuối cùng là $B = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$. Vì $(I - A)X = B$ nên

$$X = (I - A)^{-1}B \text{ với}$$

$$I - A = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.3 & -0.2 \\ -0.4 & 0.9 & -0.2 \\ -0.1 & -0.3 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$X = (I - A)^{-1} B = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.3 & -0.2 \\ -0.4 & 0.9 & -0.2 \\ -0.1 & -0.3 & 0.8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24.84375 \\ 20.477083 \\ 18.359375 \end{bmatrix}$$

Vậy, tổng cầu của ngành thứ 2, thứ 2 và thứ 3 lần lượt là 24.84375, 20.477083 và 18.359375 đơn vị tiền tệ.

3. KẾT LUẬN

Dạy học khám phá các chức năng “mục đích” và “phương tiện” không chỉ có thể tiến hành trong dạy học bộ môn Toán mà có thể thực hiện trong dạy học các bộ môn khác trong Trường Đại học Văn Lang. Việc tổ chức dạy học theo hướng này, không chỉ giúp cho việc trang bị cho sinh viên vững vàng tri thức khoa học mà còn chuẩn bị cho sinh viên có được kỹ năng khám phá cần thiết khi tham gia vào thị trường lao động trong bối cảnh cuộc Cách mạng công nghiệp 4.0.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Huy Hoàng (2010), *Toán cao cấp tập một*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
- [2] Nguyễn Đình Trí (Chủ biên, 2014), *Toán cao cấp tập 1*, Nxb Giáo dục Việt Nam.
- [3] David C. Lay (2012), *Linear Algebra and its application* (fourth edition), Pearson.
- [4] Gilbert Strang (2009), *Introduction to linear algebra* (fourth edition), Wellesley – Cambridge Press.

Ngày nhận bài: 18-12-2019. Ngày biên tập xong: 28-4-2020. Duyệt đăng: 26-5-2020