VẬN DỤNG PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH HÓA TRONG GIẢNG DẠY HỌC PHẦN ĐẠI SỐ SƠ CẤP NGÀNH SƯ PHẠM TOÁN

Phạm Mỹ Hạnh và Trần Thị Ngọc Giàu*

Trường Đại học An Giang, Đại học Quốc Gia Thành phố Hồ Chí Minh

**Tác giả liên hệ: ttngiau@agu.edu.vn*

Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 25/6/2020; Ngày nhận chỉnh sửa: 22/7/2020; Ngày duyệt đăng: 29/8/2020

Tóm tắt

Toán học từ lâu đã có mối quan hệ mật thiết với mọi lĩnh vực của đời sống xã hội, nên dạy học toán cần giúp người học hiểu rõ và vận dụng toán học vào các bài toán thực tế. Một trong những phương pháp hiệu quả đáp ứng mục tiêu này là sử dụng mô hình hóa để nghiên cứu các sự vật và hiện tượng trong hoạt động thực tiễn. Dựa trên các tài liệu nghiên cứu về phương pháp mô hình hóa trong giảng dạy toán, bài viết sẽ trình bày các bước cần thiết của hoạt động dạy học toán bằng mô hình hóa, thông qua các ví dụ minh họa có liên quan đến nội dung của học phần Đại số sơ cấp ngành Sư phạm Toán.

Từ khóa: *Giảng dạy Toán, giáo dục, mô hình hóa, phương pháp mô hình hóa.*

APPLYING MATHEMATICAL SIMULATIONS IN TEACHING ELEMENTARY ALGEBRA, MATHEMATICS EDUCATION MAJOR

Pham My Hanh and Tran Thi Ngoc Giau*

An Giang University, Ho Chi Minh City National University

**Corresponding author: ttngiau@agu.edu.vn*

Article history

Received: 25/6/2020; Received in revised form: 22/7/2020; Accepted:29/8/2020

Abstract

Mathematics has an age-old close relationship with all aspects of life; thus mathematics instruction should help learners thoroughly understand and be able to apply mathematics in everyday situations. One of the most efficient methods for that goal should be artifact simulations. Based on the pertinent literature, this paper presents necessary steps in mathematical simulation-based instruction with illustrated examples related to some contents of the elementary algebra subject in Mathematics Education Major.

Keywords: *Education, simulation, simulation approach, teaching mathematics.*

1. Đặt vấn đề

Mặc dù toán học là môn khoa học trừu tượng, nhưng nó có mối liên hệ chặt chẽ đối với mọi lĩnh vực của đời sống xã hội. Tác giả Blum và Niss (1991) cho rằng, việc dạy toán bên cạnh cung cấp các kiến thức, kỹ năng liên quan đến toán học như khái niệm, định lý... cần giúp người học kết nối những kiến thức kỹ năng này vào việc giải quyết các tình huống thực tế, khi đó các mô hình toán học và quá trình mô hình hóa toán học là những công cụ cần thiết. Hiện nay, có khá nhiều định nghĩa về mô hình và quá trình mô hình hóa. Tác giả Swetz & Hartzler (1991) nhận định, mô hình là một mẫu, một đại diện, một minh họa được thiết kế để mô tả cấu trúc, cách vận hành của một sự vật, hiện tượng hay hệ thống. Quá trình mô hình hóa trong toán học có thể được định nghĩa là quá trình nghiên cứu trong đó bao gồm công đoạn quan sát hiện tượng trong tự nhiên, phân tích mối quan hệ của các yếu tố trong hiện tượng, sử dụng các công cụ toán học để giải thích hiện tượng như phương trình, biến, đồ thị hàm số… từ đó đạt được kết quả về toán và vận dụng kết quả này để giải thích lại các hiện tượng. Tác giả Edward và Hamson (2001) cho rằng, mô hình hóa toán học là chuyển một vấn đề thực tế sang một vấn đề toán học, bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận.

Để phát huy năng lực toán học nói chung và năng lực mô hình hóa toán học nói riêng, đồng thời củng cố mối quan hệ mật thiết giữa toán học và các vấn đề thực tiễn, hai hoạt động mô hình hóa và áp dụng toán là hai hoạt động quan trọng và thường được sử dụng trong quá trình dạy học. Tác giả Nguyễn Thị Tân An (2012) cho rằng mô hình hóa và áp dụng toán là hai hoạt động quan trọng của dạy học toán, mặc dù hai khái niệm này đều được sử dụng để biểu thị các mối liên hệ giữa thế giới thực và toán nhưng chúng có sự khác biệt. Cụ thể, mô hình hóa nhấn mạnh đến quá trình chuyển đổi từ tình huống thực tế đến toán học, người học tìm kiếm kiến thức toán phù hợp để giải quyết tình huống, sau đó xem xét tính hữu ích của mô hình toán đã sử dụng. Như vậy, khi nghiên cứu một mô hình, người học có thể lựa chọn nhiều công cụ toán khác nhau dựa trên quá trình phân tích, nghiên cứu mô hình. Ngược lại, trước một chủ đề toán học, người dạy có thể đề ra một số áp dụng thực tế khác nhau, đây chính là hoạt động áp dụng toán.

Ngoài ra, theo mục tiêu của chương trình giáo dục phổ thông tổng thể năm 2018, môn Toán bậc trung học phổ thông cần giúp học sinh sử dụng được các mô hình toán học để mô tả các tình huống, từ đó đưa ra cách giải quyết vấn đề toán học đặt ra trong mô hình được thiết lập. Tuy nhiên, trong quá trình học toán ở bậc đại học, sinh viên đôi khi đặt nặng quan điểm về sự trừu tượng của toán học mà không phát huy các khả năng sử dụng mô hình hóa toán học, hay vận dụng toán học để giải quyết các bài toán thực tế.

Tóm lại, dạy học toán thông qua phương pháp mô hình hóa là cần thiết vì không những giúp người học nâng cao khả năng tư duy toán học mà còn góp phần nâng cao năng lực giải quyết vấn đề thông qua việc tương tác với các mô hình toán học xuất phát từ tình huống thực tế. Mục tiêu của việc giảng dạy toán bằng mô hình hóa là giúp sinh viên hiểu được mối quan hệ mật thiết giữa toán học với thực tiễn thông qua các mô hình toán, đồng thời nâng cao khả năng sử dụng công nghệ thông tin và phần mềm để giải quyết các vấn đề phong phú và đa dạng trong tự nhiên. Dựa trên nội dung cơ bản của học phần Đại số sơ cấp trong chương trình học của sinh viên ngành Sư phạm Toán, như hàm số và đồ thị hàm số; phương trình, hệ phương trình; bất phương trình, hệ bất phương trình… bài viết này sẽ giới thiệu một số tình huống thực tiễn trong đó sinh viên vận dụng các kiến thức toán học để chuyển các tình huống này thành một mô hình toán học và vận dụng các kiến thức toán để tìm lời giải và hiệu chỉnh mô hình nếu lời giải không đáp ứng yêu cầu của tình huống thực tế.

2. Cơ sở lý thuyết và một số hoạt động dạy học minh họa

2.1. Các quy trình hoạt động mô hình hóa

Theo các tác giả Blum và LeiB (2006), sơ đồ mô hình hóa gồm 7 bước sau:

Bước 1: Hiểu tình huống đặt ra, xây dựng mô hình cho tình huống đó;

Bước 2: Đơn giản hóa tình huống đưa vào các biến phù hợp để được mô hình thực của tình huống;

Bước 3: Chuyển từ mô hình thực sang mô hình toán;

Bước 4: Sử dụng các công cụ toán học để tìm lời giải cho mô hình toán;

Bước 5: Thể hiện kết quả trong ngữ cảnh thực tế;

Bước 6: Xem xét tính phù hợp của kết quả, nếu kết quả không phù hợp phải quay trở lại bước 2 để xem xét mô hình;

Bước 7: Trình bày cách giải quyết cho tình huống.

Theo tác giả Nguyễn Thị Tân An (2012), bước thứ nhất trong quá trình mô hình hóa là xuất phát từ tình huống thực tế, trong đó tình huống phải thích hợp đối với đối tượng người học và phù hợp với kiến thức toán mà người học đã biết. Sau đó, giảng viên cần cụ thể hóa tình huống, xây dựng được mô hình toán thể hiện rõ mối liên hệ giữa tình huống thực tế và toán học, trong đó cụ thể các biến, mối quan hệ giữa các biến và các nội dung toán học cần thiết để tìm ra lời giải hợp lý cho mô hình.

Tác giả Lê Thị Hoài Châu (2014) nhận định rằng phương pháp dạy học bằng mô hình hóa có thể được tóm tắt qua bốn bước có mối quan hệ mật thiết với nhau như sau:

Bước 1: Xây dựng mô hình mô phỏng thực tiễn của vấn đề, trong đó xác định rõ dữ liệu đầu vào và kết quả đầu ra cần đạt được.

Bước 2: Xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tuy nhiên trong nhiều trường hợp với cùng một vấn đề xem xét, có thể xác định được nhiều mô hình khác nhau.

Bước 3: Sử dụng công cụ toán học để giải quyết bài toán hình thành trong bước 2.

Bước 4: Phân tích và kiểm định lại kết quả đạt được trong bước 3, nếu kết quả không phù hợp thì phải thực hiện lại quy trình.

Có thể nhận định rằng phương pháp dạy học bằng mô hình hóa của của tác giả Lê Thị Hoài Châu là dạng rút gọn của mô hình 7 bước của các tác giả Blum và LeiB.

Tóm lại, quá trình dạy học bằng mô hình hóa, hay viết ngắn gọn là quá trình mô hình hóa, gồm các bước thực hiện như sau:

Bước 1: Nghiên cứu tình huống thực tế, xác định dữ liệu đầu vào và kết quả đầu ra cần đạt được;

Bước 2: Chuyển vấn đề từ tình huống thực tế đã nghiên cứu thành một mô hình toán;

Bước 3: Sử dụng các kiến thức toán để tìm lời giải cho tình huống;

Bước 4: Đánh giá lại kết quả đạt được từ mô hình và hiệu chỉnh mô hình cho phù hợp với yêu cầu đặt ra của tình huống.

2.2. Tổ chức các hoạt động dạy học cụ thể

Học phần Đại số sơ cấp cung cấp cho sinh viên năm nhất hệ đại học các kiến thức về phương trình và hệ phương trình, bất phương trình và hệ bất phương trình, hàm số và đồ thị hàm số. Đây là các kiến thức gần với toán phổ thông, giúp sinh viên ôn tập và hệ thống lại các kiến thức đại số của chương trình toán bậc trung học phổ thông. Mặc dù đây là các kiến thức toán sơ cấp nhưng chúng rất gần gũi với các tình huống thực tiễn, đồng thời là nguồn tư liệu phong phú để giảng viên có thể vận dụng mô hình toán học trong các bài toán thực tế, giúp sinh viên hiểu rõ hơn mối quan hệ mật thiết giữa toán học và hoạt động thực tiễn cuộc sống. Ngoài ra, dựa trên các mô hình toán học đơn giản, giảng viên cùng với sinh viên có thể xây dựng và phát triển các mô hình phức tạp hơn có liên quan.

Ví dụ 1. Một nhà hàng bán thức ăn nhanh, mở cửa từ 8 giờ sáng đến 22 giờ tối. Người quản lý của nhà hàng muốn thuê nhân viên phục vụ theo 2 ca, ca sáng trưa từ 8 giờ đến 15 giờ và ca chiều tối từ 15 giờ đến 22 giờ. Tiền lương của nhân viên phục vụ được tính theo giờ, mỗi giờ là 20.000 đồng. Do lượng khách đến nhà hàng vào chiều tối thường rất đông, nên nhân viên phục vụ từ 18 giờ đến 22 giờ được tiền phụ cấp tăng thêm 10.000 đồng/giờ. Theo tình hình thực tế, nhà hàng cần ít nhất 4 nhân viên và không quá 6 nhân viên phục vụ vào ca sáng trưa và số nhân viên phục vụ vào ca chiều tối thường tối thiểu phải gấp đôi số nhân viên ca sáng trưa và không quá 16 nhân viên. Ngoài ra, theo quy định của nhà hàng thì tổng số nhân viên phục vụ trong mỗi ngày không quá 18 nhân viên.

Em hãy giúp người quản lý nhà hàng tìm ra số lượng nhân viên phục vụ cần tuyển trong ca sáng trưa và ca chiều tối để số tiền lương phải trả mỗi ngày là ít nhất. Trong trường hợp nào thì số tiền lương phải trả cho nhân viên phục vụ trong ngày là nhiều nhất.

Giảng viên có thể hướng dẫn sinh viên xây dựng mô hình toán học từ tình huống đã nêu theo các bước sau:

Bước 1. Phân tích tình huống thực tế, xác định dữ liệu đầu vào và kết quả đầu ra cần đạt được

Dữ liệu đầu vào là mối quan hệ giữa số lượng nhân viên phục vụ các ca với số nhân viên tối thiểu, tối đa trong mỗi ca và tổng số nhân viên trong một ngày mà nhà hàng có thể sử dụng.

Khi đó $4 \le x \le 6$, $2x \le y \le 16$, $4 < x + y \le 18$ với *x, y* lần lượt là số lượng nhân viên phục vụ mà nhà hàng sử dụng trong ca sáng trưa và ca chiều tối.

Kết quả đầu ra cần có là số tiền lương trả cho nhân viên phục vụ ít nhất và nhiều nhất là bao nhiêu?

Bước 2: Xây dựng mô hình toán học dựa vào tình huống thực tế

Tiền lương trả cho nhân viên phục vụ ca sáng trưa là:

$$Q_1 = \text{üüüüüü} \times x = \quad x$$

Tiền lương trả cho nhân viên phục vụ ca chiều tối là:

$$Q_1 = 20000 \times 3 \times y + 30000 \times 4 \times y = 180000y.$$

Tổng tiền lương trả cho nhân viên trong ngày là:

$$Q = \text{üüüüüü}x + \quad y$$

Như vậy, sinh viên xây dựng được một mô hình toán đơn giản là tìm max và min của đại lượng $Q = 140000x + 180000y$ với điều kiện $4 \le x \le 6; 2x \le y \le 16; 4 < x + y \le 18$

Bước 3: Sử dụng công cụ toán học để tìm lời giải

Đối với ví dụ này, sinh viên có thể dùng nhiều cách để tìm ra lời giải cho bài toán.

Cách 1: Sử dụng kiến thức hàm số

Sinh viên xem $Q = 140000x + 180000y$ là hàm số theo hai biến *x, y* đây là hàm tuyến tính và đồng biến theo hai biến *x, y.* Vì thế Q đạt giá trị nhỏ nhất nếu *x, y* là nhỏ nhất.

Do đó, từ dữ liệu về mối quan hệ giữa *x, y* suy ra với $x = 4$, $y = 8$ thì tiền lương trả cho nhân viên phục vụ là ít nhất $Q = 2000000$ (đồng).

Ngoài ra, sinh viên có thể nhận xét tiền lương trả nhiều nhất khi số nhân viên phục vụ mà nhà hàng thuê là nhiều nhất, tương ứng với 18 người. Khi đó, xảy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $x = 4, y = 14$ thì $Q = 3080000$ (đồng);

Trường hợp 2: $x = 5, y = 13$ thì $Q = 3040000$ thì (đồng);

Trường hợp 3: $x = 6, y = 12$ thì $Q = 3000000$ thì (đồng).

Vậy trường hợp nhà hàng phải thuê 4 nhân viên phục vụ ca sáng trưa và 14 nhân viên phục vụ ca chiều tối thì phải trả tiền lương cao nhất.

Bên cạnh việc sử dụng tính chất đồng biến của hàm số, giảng viên có thể gợi ý cho sinh viên sử dụng kiến thức tìm cực trị của hàm số, từ đó xác định giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của *Q(x,y).*

Cách 2: Sử dụng kiến thức hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, toán lớp 10 chương trình phổ thông.

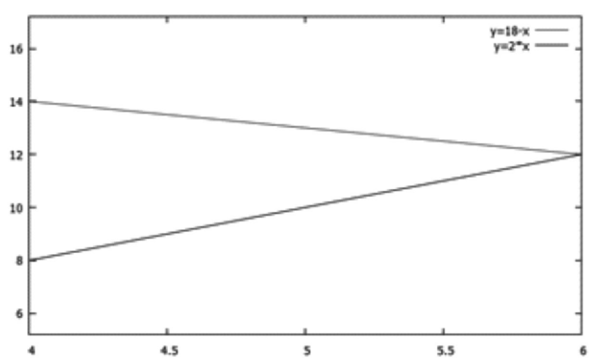
Với *x,y* lần lượt là số lượng nhân viên phục vụ mà nhà hàng sử dụng trong ca sáng trưa và ca chiều tối. Tập nghiệm của bài toán trong tình huống trên phải thỏa hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau:

$$\begin{cases} 4 \le x \le 6 \\ 2x \le y \le 16 \\ 4 < x + y \le 18 \end{cases}.$$

Dựa vào tập nghiệm của hệ bất phương trình trên, sinh viên tìm giá trị max và min của biểu thức

$Q(x,y) = 140000x + 180000y$.

Sinh viên vẽ các đường thẳng (d_1): $x = 4$, (d_2): $x = 6$; (d_3): $y = 2x$; (d_4): $x + y = 18$, khi đó xác định được các đỉnh của tam giác $A(4; 8)$; $B(4; 14)$; $C(6; 12)$ **(Hình 1)**.



Hình 1. Giao điểm các đường thẳng tạo nên miền tính toán ứng với Ví dụ 1

Sinh viên tính lần lượt các giá trị $Q(x,y) = 140000x + 180000y$ tại các đỉnh này tìm được giá trị lớn nhất $Q(x,y) = 3080000$ (đồng) đạt tại đỉnh $B(4; 14)$ trong khi giá trị nhỏ nhất là $Q(x,y) = 2000000$ (đồng) đạt tại đỉnh $A(4; 8)$.

Bước 4. Kiểm tra lại tính phù hợp kết quả của mô hình toán với tình huống thực tế và cải tiến mô hình

Giảng viên cho sinh viên lập bảng tính toán tất cả các trường hợp mà nhà hàng cần trả lương cho nhân viên **(Bảng 1).**

Bảng 1. Các trường hợp mà nhà hàng cần trả lương cho nhân viên phục vụ

Số nhân viên ca sáng trưa (người)	Số nhân viên ca chiều tối (người)	Lương trả nhân viên ca sáng trưa (đồng)	Lương trả nhân viên ca chiều tối (đồng)	Tổng lương trả nhân viên trong 1 ngày (đồng)
4	**8**	**560000**	**1440000**	**2000000**
4	9	560000	1620000	2180000
4	10	560000	1800000	2360000
4	11	560000	1980000	2540000
4	12	560000	2160000	2720000
4	13	560000	2340000	2900000
4	**14**	**560000**	**2520000**	**3080000**
5	10	700000	1800000	2500000
5	11	700000	1980000	2680000
5	12	700000	2160000	2860000
5	13	700000	2340000	3040000
6	12	840000	2160000	3000000

Như vậy kết quả mô hình toán là phù hợp với thực tế, giảng viên có thể cho sinh viên vẽ đồ thị để thấy được sự biến thiên của hàm số. Ngoài ra, giảng viên có thể đưa thêm các yếu tố khác về chi phí, lợi nhuận, giá bán của sản phẩm để phát triển thêm mô hình đơn giản này.

Ví dụ 2. Một trạm thủy văn cung cấp dữ liệu thực đo về lưu lượng và mực nước trong 12 giờ theo số liệu sau:

Giờ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mực nước *(m)*	1.86	1.89	1.90	1.89	1.88	1.86	1.83	1.82	1.82	1.83	1.88	1.96
Lưu lượng *(m^3/s)*	*6920*	*6970*	*6990*	*6970*	*6990*	*6960*	*6910*	*6890*	*6890*	*6870*	*6910*	*7030*

Bạn sinh viên A nhận định rằng giá trị mực nước và lưu lượng trong 12 giờ này là cùng pha, tức là cùng tăng và cùng giảm và có quan hệ tuyến tính.

Theo em, nhận định của bạn sinh viên đó là đúng hay sai? Tại sao?

Giảng viên lần lượt hướng dẫn sinh viên tìm hiểu vấn đề qua các bước sau:

Bước 1. Phân tích tình huống thực tế, xác định dữ liệu đầu vào và kết quả đầu ra cần đạt được

Dữ liệu đầu vào là giá trị mực nước, lưu lượng trong 12 giờ của trạm thủy văn.

Dữ liệu đầu ra là xác định mối quan hệ giữa hai đại lượng này khi lưu lượng tính bằng (m^3/s) và mực nước tính bằng (m).

Bước 2: Xây dựng mô hình toán học dựa vào tình huống thực tế

Sinh viên có thể vẽ đồ thị về lưu lượng và mực nước 12 giờ để quan sát.

Giảng viên cho sinh viên tính giá trị logarit tự nhiên $\ln(Q)$ với Q là lưu lượng và $\ln(H)$ với H là mực nước làm tròn đến hai chữ số thập phân, mục tiêu làm giảm các giá trị lưu lượng và mực nước để dễ so sánh.

Để kiểm tra nhận định bạn sinh viên A đúng hay sai, giảng viên yêu cầu sinh viên thử tìm mối liên hệ của $\ln(Q)$ và $\ln(H)$ theo dạng $\ln(Q) = a\ln(H) + b$ với a, b là các hằng số cần tìm.

Bước 3: Sử dụng công cụ toán học để tìm lời giải

Sinh viên dự đoán kết quả bằng các công cụ hồi quy như Excel, R… sau đó áp dụng kiến thức hồi quy tuyến tính, trong đó có việc giải trực tiếp hệ phương trình bậc nhất hai ẩn để tìm lại các giá trị a, b thỏa $\ln(Q) = a\ln(H) + b$

Bảng 2. Mối quan hệ giữa lưu lượng và mực nước dựa trên số liệu đo đạc

Giờ	H	Q	ln(*H*)	ln(*Q*)	z = 0.2955*ln(*H*) + 8.6606
1	1.86	6920	0.621	8.842	8.844
2	1.89	6970	0.637	8.849	8.849
3	1.9	6990	0.642	8.852	8.850
4	1.89	6970	0.637	8.849	8.849
5	1.88	6990	0.631	8.852	8.847
6	1.86	6960	0.621	8.848	8.844
7	1.83	6910	0.604	8.841	8.839
8	1.82	6890	0.599	8.838	8.838
9	1.82	6890	0.599	8.838	8.838
10	1.83	6870	0.604	8.835	8.839
11	1.88	6910	0.631	8.841	8.847
12	1.96	7030	0.673	8.858	8.859

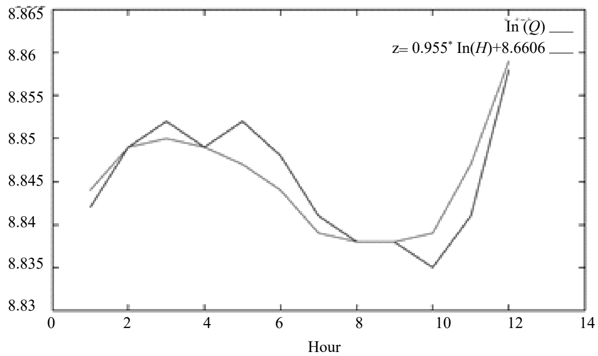
Từ **Bảng 2**, sinh viên có thể nhận thấy $\ln(Q) \approx 0.2955 * ln(H) + 8.6606.$

Bước 4: Kiểm tra lại tính phù hợp kết quả của mô hình toán với tình huống thực tế và cải tiến mô hình

Sinh viên vẽ đồ thị thể hiện mối quan hệ giữa $\ln(Q)$ và z khi làm tròn ba chữ số thập phân.

Vậy nhận định của sinh viên A là đúng vì các giá trị của $\ln(Q)$ và z khi tính làm tròn đến ba chữ số thập phân thì rất gần với nhau. Biểu đồ so sánh giá trị của hai đại lượng này cũng cho thấy sự cùng pha và sự chênh lệch về giá trị không nhiều (Hình 2).

Đây là mô hình toán học đơn giản với số liệu đo đạc thực tế tương đối ít, giảng viên và sinh viên có thể sử dụng các phần mềm chuyên dụng để nghiên cứu các trường hợp phức tạp hơn với số liệu đo đạc trong nhiều tháng, năm. Ngoài ra, sinh viên có phát triển mô hình bằng cách xây dựng công thức tính lưu lượng tại một giờ cụ thể khi biết mực nước tại thời điểm đó, xác định được sai số giữa kết quả dự báo và kết quả thực tế.



Hình 2. So sánh giá trị của ln(*Q*) và giá trị z trong 12 giờ

3. Kết luận

Tóm lại dạy học bằng phương pháp mô hình hóa không những giúp sinh viên hiểu rõ hơn mối quan hệ mật thiết giữa toán học và hoạt động thực tiễn trong cuộc sống mà còn giúp sinh viên nâng cao năng lực tư duy, phản biện và khả năng giải quyết vấn đề. Ngoài ra, sử dụng thành thạo phương pháp mô hình hóa sẽ góp phần đáng kể khi nghiên cứu các vấn đề phức tạp trong tự nhiên cũng như hoạt động thực tiễn, góp phần quan trọng đối với công tác dự báo.

Các kiến thức toán học sơ cấp và nâng cao đều có thể được sử dụng linh hoạt trong quá trình nghiên cứu mô hình tìm lời giải cho các bài toán thực tế. Ngoài ra, trong xu hướng phát triển của giáo dục hiện nay, những sinh viên sư phạm, với vai trò là các giáo viên tương lai cần trang bị đầy đủ các kiến thức chuyên môn và nghiệp vụ, trong đó có kỹ năng mô hình hóa và sử dụng kiến thức về công nghệ thông tin, phần mềm chuyên dụng trong nghiên cứu mô hình. Để phát triển hoạt động dạy học bằng mô hình hóa, giảng viên và sinh viên phải tìm hiểu sâu về các tình huống có liên quan đến toán học trong cuộc sống và đồng thời phát triển các mô hình dạy học có sẵn./.

Tài liệu tham khảo

Blum, W. and LeiB, D. (2006). How do students and teachers deal with modeling problem?, Mathematical modeling (ICTMA12): *Education, Engineering and Economics.* Chichester: Horwood Publishing, 222- 231.

Blum, W. and Niss. M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling applications and links to other subjects - State, trend and issues in mathematics *Educational studies in mathematics*, (22), 33 - 68.

Edwards, D., Hamson, M. J. (2001). *Guide to mathematical modelling.* Second edition, London Palgrave Mathematical Guides.

Kai Velten. (2009). *Mathematical modelling and simulation.* Wiley - VCH Verlag, Weinhem.

Lê Thị Hoài Châu. (2014). "Mô hình hóa trong dạy học khái niệm đạo hàm". *Tạp chí Khoa học Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, (65), 8-15.

Nguyễn Thị Tân An. (2012). "Sự cần thiết của mô hình hóa trong dạy học Toán". *Tạp chí Khoa học Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh,* (37), 114-122.

Swetz, F., Hartzler, J. S. (Eds). (1991). *Mathematical modelling in the secondary school curriculum. Reston*, VA: National Council teacher of mathematics.

Weiner Blum and Peter L. Galbraith. (2007). *Modelling and Application in mathematics educations*. The 14th ICMI Study, Springer.