**PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI TOÁN CHO HỌC SINH THPT**

**QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ VECTƠ**

***Hồ Thị Dinh***

*Trường THPT Lương Thế Vinh*

*Email: [nghiadvltv@gmail.com](mailto:nghiadvltv@gmail.com)*

*Ngày nhận bài: 20/11/2019*

*Ngày PB đánh giá: 27/12/2019*

*Ngày duyệt đăng: 10/2/2020*

**Tóm tắt:** Hình thành phát triển năng lực toán học là nhiệm vụ của việc giảng dạy toán học tại các trường THPT hôm nay. Theo Nghị quyết số 29-NQ/TW chỉ rõ đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy học theo hướng hiện đại nhằm phát triển năng lực và phẩm chất của người học. Qua việc nghiên cứu chương trình giáo dục phổ thông tổng thể (2018) về các năng lực toán học cần hình thành và phát triển cho học sinh và qua thực tiễn dạy học, bài viết nêu ra một số biện pháp phát triển năng lực giải toán cho học sinh lớp 10 thông qua dạy học chủ đề vectơ.

**Từ khóa:** Năng lực, năng lực toán học, năng lực giải toán, biện pháp, phát triển.

**DEVELOPING MATH-SOLVING COMPETENCE FOR HIGH SCHOOL STUNDENTS THROUGH VECTOR TOPICS**

**Abstract:** Developing mathematical competence is considered a leading task of teaching mathematics at high schools nowadays. As illustrated in Resolution No. 29-NQ/TW, there is an absolute innovation in teaching methods in the lights of modernization in order to develop leariners’ competence and their quality. By studying the general education curiculum (2018) related to the mathematical competencies that need to be formed and developed for students through teaching practices, this article aims to outline some possible measures to develop math-solving competence for students of grade 10 through vector topic teaching method.

**Keywords:** Competence, mathematical competence, solving competence, measure and development

1. **Đặt vấn đề**

Vectơ là một khái niệm mới đối với học sinh lớp 10 nên gây nhiều khó khăn trong quá trình tiếp thu kiến thức. Thời lượng dành cho chủ đề này gồm 25 tiết với lượng kiến thức khá lớn. Do đó, để hình thành và phát triển năng lực giải toán - một năng lực toán học cần thiết nhất đối với học sinh, giáo viên cần có những biện pháp tích cực và hiệu quả. Trong bài viết này, tôi đưa ra một số biện pháp phát triển năng lực giải toán cho học sinh lớp 10 thông qua dạy học chủ đề vectơ.

1. **Nội dung nghiên cứu**
   1. **Các khái niệm cơ bản**
      1. **Năng lực**

Theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT, ngày 26 tháng 12 năm 2018: “*Năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kĩ năng và thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,… thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định , đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể*” [1].

* + 1. **Năng lực giải toán**

Theo [3], Năng lực giải toán là một phần của năng lực toán học, là khả năng áp dụng tiến trình thực hiện việc giải quyết một vấn đề có tính hướng đích cao, đòi hỏi huy động khả năng tư duy tích cực và sáng tạo, nhằm đạt kết quả cao sau một số bước thực hiện. Một người được coi là có năng lực giải toán nếu người đó nắm vững tri thức, kĩ năng, kĩ xảo của hoạt động giải toán đạt được kết quả cao so với trình độ trung bình của những người khác cùng tiến hành hành động đó trong các điều kiện tương đương.

Như vậy có thể hiểu rằng năng lực giải toán được hình thành, rèn luyện và phát triển chủ yếu thông qua hành động giải toán.

* + 1. **Một số thành tố của năng lực giải toán có thể hình thành và phát triển thông qua dạy học chủ đề vectơ**

Theo tác giả, một số thành tố cơ bản thể hiện năng lực giải toán của học sinh gồm:  
*Thành tố thứ nhất: Hiểu và có kỹ năng diễn đạt được thông tin toán học:* Thành tố này biểu hiện qua việc học sinh có khả năng tiếp thu nội dung toán học, chế biến thông tin toán học, thực hiện được các thao tác tư duy, các phép lập luận cơ bản để diễn đạt được thông tin toán học.

*Thành tố thứ hai: Kỹ năng phát hiện vấn đề toán học cần giải quyết:* Kỹ năng này thể hiện qua việc học sinh từ các dữ liệu, tình huống có vấn đề đặt ra trong bài toán,  có thể xác định vấn đề, làm rõ giả thiết, kết luận, phân tích các mặt của vấn đề, nhìn nhận vấn đề theo nhiều lăng kính khác nhau và định hướng được cách giải quyết vấn đề dựa trên phân tích đó.

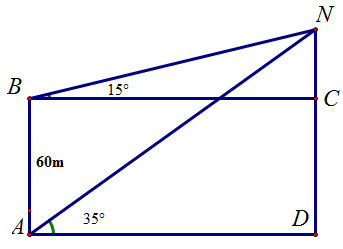
*Thành tố thứ ba:  Kỹ năng lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề:* Kỹ năng này thể hiện ở việc người học tìm được mối liên hệ từ giả thiết đến kết luận, từ kết luận đến giả thiết hay mối liên hệ của giả thiết, kết luận với một yếu tố chung. Từ đó sử dụng được các phương pháp lập luận để tìm ra những cách thức khác nhau để giải quyết vấn đề. Sau khi tìm được cách giải, người học còn phải biết đánh giá ưu, nhược điểm để kịp thời điều chỉnh giải pháp, tìm ra phương án tối ưu nhất cho bài toán.  
*Thành tốt thứ tư:  Kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học:*Ngôn ngữ toán học bao gồm các ký hiệu và các suy luận toán học. Kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học là một thành tố của năng lực giao tiếp toán học, biểu hiện ở việc biết thể hiện, lý giải các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học thông qua ký hiệu, các phép suy luận chặt chẽ và logic. Kỹ năng này còn thể hiện ở việc người học biết chuyển đổi ngôn ngữ toán học, chẳng hạn có thể chuyển đổi qua lại giữa ngôn ngữ hình học thông thường sang ngôn ngữ vectơ, tọa độ và ngược lại…

*Thành tố thứ năm: Năng lực mô hình hóa toán học:* Năng lực này thể hiện ở việc thiết lập được mô hình toán học (công thức, sơ đồ, hình vẽ…) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn; Giải quyết được bài toán trong mô hình được thiết lập; Lí giải được tính đúng đắn của lời giải, tìm cách đơn giản hóa, điều chỉnh yêu cầu thực tiễn để đưa đến những bài toán giải được.

**Các thành tố của năng lực giải toán không tồn tại biệt lập, tách rời mà có mối quan hệ hữu cơ với nhau.**

Chẳng hạn khi dạy học phần các hệ thức lượng trong tam giác giáo viên đưa ra ví dụ sau:

*Ví dụ 1*: Một người quan sát đỉnh của một ngọn núi nhân tạo từ hai vị trí khác nhau của một tòa nhà. Lần đầu tiên người đó quan sát đỉnh núi từ tầng trệt với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc 35º, lần thứ hai người đó quan sát đỉnh núi từ tầng thượng với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc 15º. Tính chiều cao ngọn núi biết tòa nhà cao 60m.

Bước 1: Toán học hóa tình huống thực tiễn

Tòa nhà: *AB*

Chiều cao ngọn núi nhân tạo là *ND*

Góc ngắm từ tầng trệt là .

Góc ngắm từ tầng thượng của tòa nhà đó là  .

*Hình 1*

Bước 2: Từ mô hình toán học đã xây dựng ở trên, học sinh cần trả lời các câu hỏi sau:

H1: Vấn đề toán học cần giải quyết ở đây là gì?

Đ1: Vấn đề cần giải quyết là tính *ND*

H2: Lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề như thế nào?

Đ2: + Tính *NA* từ việc áp dụng định lí sin trong ;biết , .

.

+ Tính *ND* dựa vào tam giác vuông :  

Thông thường khi giải quyết các bài toán thực tế giáo viên sẽ tạo cơ hội giúp học sinh phát triển thành tố 5 (bước 1) và thành tố 2, 3 (bước 2). Qua ví dụ trên ta thấy rằng các thành tố của năng lực giải toán luôn bổ trợ cho nhau để hình thành và phát triển năng lực giải toán.

* 1. **Một số biện pháp nhằm phát triển năng lực giải toán cho học sinh lớp 10 thông qua dạy học chủ đề vectơ**

**Biện pháp 1: Trong quá trình dạy học, giáo viên tạo cơ hội giúp học sinh nắm vững kiến thức cơ bản về chủ đề vectơ.**

Để giúp học sinh nắm vững kiến thức cơ bản, trong quá trình dạy học chủ đề vectơ, người giáo viên cần chú ý thực hiện một số hoạt động sau:

* Gợi động cơ cho các nội dung dạy học: Hoạt động này giúp học sinh hiểu ý nghĩa của kiến thức, từ đó có tâm thế tốt nhất khi tiếp thu kiến thức mới.
* Tạo tình huống cho học sinh luyện tập, củng cố các kiến thức, kỹ năng mới: Hoạt động này giúp học sinh hiểu sâu kiến thức, dễ dàng trong vận dụng kiến thức để giải các bài toán hoặc giải quyết vấn đề thực tiễn.
* Tạo tình huống cho học sinh có cơ hội vận dụng kiến thức đã học vào thực tiễn.

Chẳng hạn, *s*au khi học về tổng hai vectơ, giáo viên có thể cho học sinh làm bài toán sau để góp phần hình thành và phát triển thành tố thứ năm của năng lực giải toán.

*Ví dụ 2*: Cho vật rắn khối lượng nằm cân bằng (*Hình 2*). Tính lực căng của các dây *AB* và *AC*. Lấy 

|  |  |
| --- | --- |
| Giáo viên hướng dẫn học sinh đưa bài toán vật lí về mô hình toán học (*Hình 3*). Khi đó, lực căng dây  Lực căng dây  Theo quy tắc hình bình hành, lực tổng hợp của 2 lực căng dây là: Vật nằm cân bằng nên tổng các lực tác dụng bằng | *Hình 2* |

|  |  |
| --- | --- |
|  | *Hình 3* |

**Biện pháp 2: Trong quá trình dạy học, giáo viên cần tạo tình huống nhằm rèn luyện cho học sinh khả năng huy động kiến thức để giải toán**

Để giúp học sinh huy động kiến thức tốt trong giải toán, giáo viên ngoài việc giúp học sinh ghi nhớ kiến thức, cần làm rõ những “dấu hiệu”, “từ khóa” của bài toán gợi ý huy động kiến thức phù hợp. Ngoài ra, việc phân dạng giúp học sinh có phương pháp chung để giải một lớp bài toán, từ đó học sinh dễ dàng nhận biết và áp dụng cách giải phù hợp. Việc huy động kiến thức còn dựa trên một số kỹ thuật như: Quy lạ về quen, xét bài toán tương tự, bài toán đặc biệt hay dạng tổng quát…

*Ví dụ 3***:** Trong mặt phẳng *Oxy* cho 3 điểm *A(1;-1), B(2;3), C(6;-5)*

Tìm tọa độ điểm sao cho đạt giá trị nhỏ nhất.

GV xác định vấn đề cần giải quyết là tìm cực trị của biểu thức độ dài vectơ có thể hướng dẫn HS huy động kiến thức như sau:

Hướng 1: Dùng phương pháp tọa độ, đưa ra bài toán về tìm cực trị của biểu thức đại số chứa tham số, với tham số ở đây là hoành độ của điểm *M*

 Từ đó tính được  

Có Dấu “=” xảy ra 

Vậy đạt giá trị nhỏ nhất khi 

Hướng 2: Sử dụng tâm tỉ cự của hệ điểm.

Tìm điểm *I* thỏa mãn:  ta được 

Khi đó suy ra đạt giá trị nhỏ nhất  *M* là hình chiếu vuông góc của *I* trên *Ox* 

Chú ý rằng : Nếu học sinh đã học tích vô hướng của 2 vectơ và ứng dụng thì trong quá trình huy động kiến thức có thể lựa chọn một trong hai hướng giải trên. Nếu học sinh mới học bài hệ trục tọa độ thì trong quá trình huy động kiến thức ta chọn hướng 2.

**Biện pháp 3: Xây dựng hệ thống bài tập phong phú đa dạng phù hợp với đối tượng học sinh**

Trong quá trình dạy học chủ đề vectơ, giáo viên cần biên soạn hệ thống các bài tập đa dạng theo một số hướng sau:

- Giáo viên sưu tầm, biên soạn bài tập gồm 2 loại bài tập tự luận và trắc nghiệm để học sinh rèn luyện kỹ năng giải toán và giải toán nhanh.

- Hệ thống bài tập tự luận được phân chia theo các dạng và sắp xếp theo cấp độ từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp, từ cụ thể đến trừu tượng, phù hợp với từng đối tượng học sinh.

- Hệ thống bài tập trắc nghiệm đa dạng giúp học sinh rèn luyện kỹ năng đáp ứng yêu cầu đổi mới trong kiểm tra đánh giá trong giai đoạn hiện nay.

- Các dạng toán cơ bản về chủ đề vectơ:

*Nội dung thứ nhất*: Vectơ và các phép toán.

+ Dạng 1: Chứng minh đẳng thức vectơ

+ Dạng 2: Các bài toán liên quan đến phương, hướng độ dài của vectơ.

+ Dạng 3: Xác định một điểm hoặc tìm tập hợp điểm thỏa mãn một đẳng thức vectơ cho trước.

+ Dạng 4: Biểu thị một vectơ theo 2 vectơ không cùng phương. Chứng minh 2 điểm trùng nhau và 3 điểm thẳng hàng và một đường thẳng đi qua một điểm cố định.

+ Dạng 5: Các bài toán có nội dung thực tiễn, liên môn.

*Nội dung thứ hai*: Hệ trục tọa độ.

+ Dạng 1: Xác định tọa độ 1 điểm và 1 vectơ trong mặt phẳng tọa độ *Oxy.*

+ Dạng 2: Các bài toán liên quan đến tìm tọa độ các vectơ ; ; 

+ Dạng 3: Các bài toán liên quan đến công thức tính tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và tọa độ trọng tâm của tam giác.

+ Dạng 4: Chứng minh 3 điểm thẳng hàng, 2 đường thẳng song song bằng tọa độ vectơ.

+ Dạng 5: Các bài toán về cực trị hình học.

*Nội dung thứ ba*: Tích vô hướng của 2 vectơ và ứng dụng

+ Dạng 1: Bài tập tích góc giữa 2 vectơ bằng định nghĩa và sử dụng định nghĩa tích vô hướng để tính tích vô hướng của 2 vectơ, tính độ dài đoạn thẳng và chứng minh 2 đường thẳng vuông góc.

+ Dạng 2: Ứng dụng biểu thức tọa độ của tích vô hướng để tính tích vô hướng của 2 vectơ, tính góc giữa 2 vectơ, tính độ dài vectơ, khoảng cách giữa 2 điểm và các bài toán liên quan.

+ Dạng 3: Các bài toán về cực trị hình học.

*Nội dung thứ 4*: Các hệ thức lượng trong tam giác và giải tam giác

+ Dạng 1: Bài tập sử dụng định lí cosin.

+ Dạng 2: Bài tập sử dụng công thức tính góc.

+ Dạng 3: Bài tập sử dụng công thức đường trung tuyến.

+ Dạng 4: Bài tập sử dụng định lí sin.

+ Dạng 5: Bài tập sử dụng công thức tính diện tích tam giác.

+ Dạng 6: Bài toán tổng hợp và bài toán có nội dung thực tiễn.

**Biện pháp 4: Rèn luyện cho học sinh quy trình giải toán theo 4 bước của G.Polya**

Bài tập toán có 2 loại chủ yếu sau:

+ Học sinh đã biết thuật toán: Học sinh cần nhận dạng đúng, giải theo quy tắc (phương pháp) đã học một cách thành thạo.

+ Học sinh chưa biết thuật toán: Loại này nếu các em không có ý chí, niềm đam mê giải toán sẽ có tâm lí lo sợ thiếu tự tin, lúng túng và mất phương hướng. Để khắc phục tâm lí trên, giáo viên phải rèn luyện cho học sinh các thao tác tư duy để tìm kiếm lời giải và thực hiện quy trình giải toán theo 4 bước của G. Polya [2].

*Ví dụ 4:*Trong mặt phẳng *Oxy* cho A(1;-3), B(2;5)

|  |  |
| --- | --- |
| Tìm tọa độ điểm M trên *Ox* sao cho tổng khoảng cách từ M tới A và B là ngắn nhất.  ***Hướng dẫn giải.***  *Bước 1: Tìm hiểu bài toán:*  Cần tìm  đạt giá trị nhỏ nhất.  *Bước 2: Tìm cách giải*  Giáo viên đưa ra các câu hỏi gợi mở  + Với điểm *M* bất kì sao cho *M, A, B* không | *Hình 4* |

thẳng hàng hãy so sánh *MA+MB* với *AB*?

Trả lời: 

+ Khi *M, A, B* thẳng hàng hãy so sánh *MA+MB* và *AB?*

Trả lời: 

Từ những gợi ý trên,suy ra: *MA+MB* ngắn nhất bằng *AB* khi *M, A, B* thẳng hàng. Từ đó đưa về bài toán quen thuộc tìm 

*Bước 3: Trình bày lời giải.*

Ta có: .

ngắn nhất  thẳng hàng.

Giả sử . Ta có: ,

*M,A,B* thẳng hàng cùng phương  . Vậy 

*Bước 4: Mở rộng bài toán*

|  |
| --- |
| - Nếu *A, B* cũng phía *Ox*, lấy *A’* đối xứng với A qua *Ox* rồi chuyển yêu cầu bài toán thành tìm *M* để *MA’+MB* ngắn nhất.  - Bài toán tìm *M* thuộc *Oy* sao cho *MA+MB* ngắn nhất cũng được xét tương tự.  - Chuyển hình thức bài toán:  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  *Hình 5* |

**Biện pháp 5: Rèn luyện khả năng phát hiện và sửa chữa sai lầm cho học sinh trong giải toán**

Bất kì một sai lầm nào cũng có thể làm cho học sinh kém đi nếu giáo viên không chú ý và hướng dẫn học sinh nhận ra, sửa chữa, khắc phục. Việc rèn luyện cho học sinh thói quen kiểm tra đánh giá lời giải và khả năng phát biểu, sửa chữa sai lầm trong quá trình giải toán là vô cùng quan trọng. Nó giúp học sinh nắm vững kiến thức, hình thành phát triển ngôn ngữ toán học và tư duy phê phán. Trong quá trình học sinh kiểm tra đánh giá lời giải của bản thân và của người khác đồng thời các em sẽ phát triển được năng lực giải toán của mình.

Một số sai lầm thường gặp của học sinh khi học chủ đề vectơ:

* Sai sót về kiến thức toán học: hiểu sai định nghĩa của khái niệm, giả thiết hay kết luận của định lí, nhớ nhầm công thức toán học.
* Sai sót về phương pháp suy luận.
* Sai sót do tính sai, vẽ hình sai, sử dụng sai kí hiệu, ngôn ngữ diễn đạt sai.
* Sai sót do không đọc kĩ đề sót giả thiết hoặc hiểu sai giả thiết dẫn đến chuyển đổi ngôn ngữ toán học sai và giải sai.

Một số ví dụ về sai lầm của học sinh khi học chủ đề vectơ, nguyên nhân và cách khắc phục.

*A*

*B*

*E*

*M*

*C*

*D*

1200

|  |
| --- |
| *Ví dụ 5*: Cho hình thoi *ABCD* cạnh a; .  Tính      *Hình 6* |

Học sinh có thể chọn đáp án A vì cho rằng: 

Sai lầm ở chỗ: Học sinh áp dụng công thức mà không chú ý đến điều kiện để có thể áp dụng đó là , cùng hướng.

Học sinh có thể chọn đáp án C vì cho rằng   (với *M* là trung điểm của *BC*) hoặc nhớ đúng công thức nhưng sai sót do tính toán được *AM* quên nhân với 2.

Cách khắc phục: Giáo viên cần dành thời gian để sửa chữa sai lầm cho học sinh và khắc sâu kiến thức: Công thức: chỉ được áp dụng trong trường hợp cùng hướng. Khi cộng 2 vectơ có chung điểm đầu ta phải sử dụng quy tắc hình bình hành hoặc tính chất trung điểm. Cụ thể: với *E* là đỉnh thứ 4 của hình bình hành *ABEC* hay với *M* là trung điểm *BC.*

*Một số cách khắc phục sai lầm của học sinh trong giải toán*: Giáo viên thường xuyên dành thời gian sửa chữa sai lầm và chính xác hóa lời giải của học sinh. Giáo viên phải rèn luyện phẩm chất nghề nghiệp: không cáu gắt, chế giễu học sinh hay xúc phạm nhân cách của học sinh; phải rèn luyện tác phong sư phạm chuẩn mực: cẩn thận, chính xác, khoa học; quan tâm đến từng học sinh. Mọi sai lầm của học sinh cần được giáo viên theo dõi để sửa chữa dứt điểm, tránh tái lại. Việc làm này không dễ vì nó đòi hỏi sự kiên trì và tinh tế của giáo viên trong việc giúp học sinh phát hiện và sửa chữa sai lầm.

1. **Kết luận:**

Năng lực giải toán là thành tố cơ bản nhất, đóng vai trò quyết định trong việc hình thành và phát triển các thành tố khác của năng lực toán học cho học sinh phổ thông. Vì vậy, trong quá trình dạy học, nếu giáo viên quan tâm sử dụng các biện pháp nhằm phát triển năng lực giải toán cho học sinh thì không những tạo cho học sinh hứng thú học tập mà hiệu quả dạy học cũng được nâng cao.

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

1. Bộ Giáo dục và đào tạo (2018), *Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể*, ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT, ngày 26 tháng 12 năm 2019.

2. Nguyễn Bá Kim (2004), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư Phạm Hà Nội.

3. Đinh Văn Từ (2012), *Các biện pháp bồi dưỡng năng lực giải toán cho học sinh thông qua dạy học hình học 10*, Luận văn Thạc sĩ.