MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN TRÍ TƯỞNG TƯỢNG KHÔNG GIAN CHO HỌC SINH YẾU KÉM THÔNG QUA DẠY HỌC HÌNH HỌC KHÔNG GIAN LỚP 11

Nguyễn Văn Việt
Trường Trung học phổ thông An Hải
Email: aochoangdenhp@gmail.com

Ngày nhận bài: 01/12/2022
Ngày PB đánh giá: 20/12/2021
Ngày duyệt đăng: 24/12/2021

TÓM TẮT: Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu về một số biện pháp phát triển trí tưởng tượng không gian cho học sinh yếu kém thông qua dạy học hình học không gian 11. Các biện pháp rèn luyện cho học sinh kỹ năng quan sát hình và dựng hình mô phỏng hình không gian, kỹ năng khai triển hình không gian sang hình phẳng để giải quyết bài toán hình học không gian nhằm phát triển trí tưởng tượng cho học sinh yếu kém theo tinh thần đổi mới cơ bản và toàn diện của Bộ Giáo dục và đào tạo.

Từ khóa: hình học không gian, quan sát hình, dựng hình mô phỏng, khai triển hình, trí tưởng tượng không gian, học sinh yếu kém.

SOME METHODS TO DEVELOP SPACE IMAGINATION FOR LOWER STUDENTS THROUGH TEACHING GETTER OF SPACE FOR GRADE 11

ABSTRACT: This article presents some research results on developing spatial imagination for weak students through teaching spatial geometry 11. These measures train students to observe and model skills simulating spatial models, skills to expand spatial shapes to flat shapes to solve spatial geometry problems in order to develop imagination for weak students in the spirit of basic and comprehensive innovation of the Ministry of Education and Training.

Keywords: spatial geometry, image observation, simulation modeling, shape expansion, spatial imagination, weak students.

1. MỞ ĐẦU

Trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, một trong những mục tiêu của mạch Hình học và Đo lường từ cấp tiểu học đến cấp trung học phổ thông là phát triển trí tưởng tượng không gian. Như vậy, nghiên cứu hình thành và phát triển trí tưởng tượng không gian cho học sinh trong dạy học hình học hiện nay nhằm góp phần đáp ứng mục tiêu của Chương trình môn Toán 2018 là cần thiết. Việc nghiên cứu này cần được quan tâm đến tính kế thừa và phát triển các thành quả nghiên cứu của các nhà giáo dục toán học trên thế giới và trong nước trong những năm gần đây. [1]

Hiện nay hầu hết học sinh yếu kém đều không có kiến thức nền tảng vững chắc về hình học không gian, chưa có phương pháp tư duy phù hợp, khả năng tư duy trừu tượng của các em chưa tốt… Dẫn tới khả năng tưởng tượng hình không gian của học sinh chưa đúng, chưa có con đường rõ ràng, chưa biết cách quan sát và nhận biết tính chất của một hình từ đó giúp giải được bài toán hình học không gian… Học sinh có tâm lí né tránh các câu hình trong các bài kiểm tra cũng như trong các đề thi tập trung.

Với những lí do trên, ở bài báo này, tôi đề cập đến "Một số biện pháp phát triển trí tưởng tượng không gian cho học sinh yếu kém thông qua dạy học hình học không gian lớp 11"

2. TỔNG QUAN NGHIÊN CỨU

Theo Đào Tam trong dạy học hình học ở trường trung học phổ thông, để phát triển cho học sinh các biểu tượng không gian đúng đắn, từ đó làm cơ sở cho việc phát triển trí tượng tượng không gian (TTTKG), cần tạo cơ hội cho học sinh hình dung các hình không gian, các quan hệ giữa các yếu tố của hình không gian từ hình biểu diễn và ngược lại; ở mức độ cao đối với học sinh khá giỏi biết hình dung các hình không gian qua các yếu tố đã cho trong bài toán. [7]

Về vai trò của Hình học, Bùi Văn Nghị đã nhấn mạnh: Phân môn Hình học rất có điều kiện phát triển TTTKG, rèn luyện lập luận chứng minh phản chứng cho học sinh. Tác giả cho rằng không có trí tưởng tượng thì không có sự sáng tạo nào hết. Nghiên cứu HHKG là nghiên cứu trên hình biểu diễn của các hình không gian trên mặt phẳng nên TTTKG phát triển. [6]

Phạm Văn Hoàn (chủ biên), Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình đã làm sáng tỏ luận điểm: Các mô hình toán đặc biệt là các mô hình hình học không gian rất có tác dụng trong việc hình thành những biểu tượng đúng đắn về các hình khối giúp học sinh phát triển TTTKG một cách vững chắc. [3]

Qua nghiên cứu các tài liệu của các tác giả có thể thấy các kết quả đã tập trung vào các khía cạnh sau đây của TTTKG: Vai trò của TTTKG, quan niệm về TTTKG và các biểu hiện của nó, vấn đề phát triển TTTKG nói chung và trong hình học nói riêng.

Tuy nhiên, chưa tác giả nào nghiên cứu một cách hệ thống và đầy đủ về vấn đề "Phát triển trí tưởng tượng không gian cho học sinh yếu kém thông qua dạy học hình học không gian 11"

3. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

3.1. Trí tưởng tượng không gian

3.1.1.Khái niệm

TTTKG là hoạt động trí óc tạo ra những biểu tượng không gian mới từ các biểu tượng đã biết trên cơ sở tri giác nhằm giải quyết các vấn đề đặt ra. Ở đây, chúng ta cần hiểu hình biểu diễn là hình ảnh bên ngoài, biểu tượng, hình tượng là các hình ảnh bên trong.

3.1.2.Cấu trúc

Theo Nguyễn Bích Thành thì TTTKG của HS phổ thông có thể xét ở một số thành tố sau:[8]

- Tưởng tượng trong đầu được một hình nào đó khi nó không có thực trước mắt.
- Tưởng tượng được hình ảnh quan sát được của một hình, một vật thể khi quan sát nó ở góc nhìn khác nhau.
- Tưởng tượng được những bộ phận, yếu tố bị khuất bởi các bộ phận khác trong khối hình.
- Tưởng tượng được vị trí tương đối giữa hai hình hay nhiều hình.
- Tưởng tượng được giao điểm, giao tuyến giữa các khối hình hình học.
- Tưởng tượng được quá trình chuyển động của một hình, xác định được các vị trí trung gian của nó trong quá trình chuyển động.

3.1.3. Đặc điểm TTTKG của HS yếu kém

Học sinh (HS) yếu kém về toán hình không gian hay năng lực TTTKG yếu kém là những học sinh có điểm toán về hình không gian thường xuyên dưới trung

bình. Việc lĩnh hội kiến thức, rèn luyện kĩ năng cần thiết ở những học sinh này cần có phương pháp khác biệt và cần nhiều công sức, thời gian hơn so với những học sinh khác. Sự yếu kém TTTKG có những biểu hiện nhiều hình nhiều vẻ, nhưng nhìn chung diện học sinh này thường có đặc điểm sau:

- Không có hoặc yếu kĩ năng quan sát được hình, dựng hình mô phỏng hình không gian. Từ các lớp học trước đó, học sinh được học về hình học phẳng. Trong hình học phẳng, chỉ có hai đối tượng cơ bản là "điểm" và "đường thẳng", do đó mối quan hệ giữa các đối tượng đó chưa nhiều. Hình học không gian có thêm một đối tượng cơ bản nữa là "mặt phẳng", vì vậy mối quan hệ giữa các đối tượng này sẽ phức tạp hơn. Với học sinh, để hình dung và nắm được mối quan hệ phức tạp giữa các đối tượng trong hình học không gian là một khó khăn.

- Nhầm lẫn giữa các chi tiết, quan hệ của hình không gian sang các chi tiết, quan hệ của hình phẳng.

- Vẽ sai hình biểu diễn của một hình không gian do không hình dung được đường nào bị che khuất, đường nào không.

- Không hình dung được hình thật khi nhìn hình biểu diễn, do đó bị trực giác làm ngộ nhận về vị trí tương đối của các đối tượng không gian.

- Từ hình biểu diễn cho một trường hợp trong nhiều trường hợp có thể xảy ra đã vội vàng đưa ra kết luận.

- Không gắn kết tư duy logic với tưởng tượng hình không gian.

- Không xác định được vị trí tương đối giữa các đối tượng cơ bản trong một hình không gian.

- Không xác định được yếu tố quỹ tích trong một hình không gian thay đổi như thế nào khi yếu tố sinh ra quỹ tích chuyển động.

- Không hình dung được hình không gian khi có thêm nhiều đối tượng xuất hiện làm vị trí tương đối của chúng phức tạp.

3.2. Một số biện pháp phát triển trí tưởng tượng không gian cho học sinh yếu kém thông qua dạy học hình học không gian lớp 11

3.2.1. Rèn luyện cho học sinh kỹ năng quan sát hình

Biện pháp này nhằm tác động vào kỹ năng quan sát hình, vận dụng nó vẽ hình mô phỏng hình không gian của HS để giải quyết các bài toán. Thông qua đó "trí tưởng tượng không gian" của HS, đặc biệt là học sinh yếu kém được hình thành và phát triển.

Khi học HHKG lớp 11 thì nhiệm vụ đầu tiên của người HS là biết sử dụng những kí hiệu hình học biểu diễn các hình không gian trên giấy, trên bảng. Nhiệm vụ của HS là phải tưởng tượng ra hình đó. Đối với những HS không liên tưởng tốt thì thường sẽ không nhìn ra cái gì trong những khối hình góc cạnh. Vì vậy người giáo viên (GV) phải hướng dẫn HS trước tiên hãy quan sát thật lâu, thật nhiều những khối hình trong thực tế, khối hình được vẽ trong sách, để HS tự nhìn vào đề và vẽ lại. Đó là bước khởi đầu quan trọng.

Ví dụ**:** Khi dạy phần Đại cương về đường thẳng, mặt phẳng, GV có thể đưa các ví dụ sau:

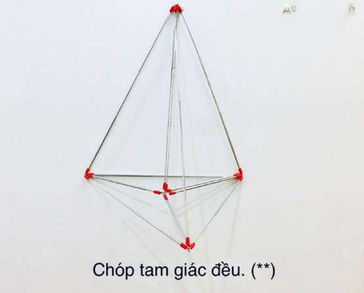
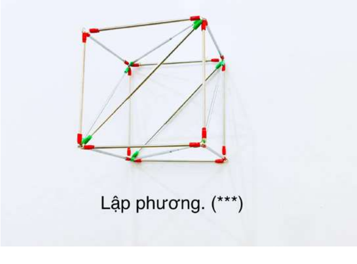
- Khi dạy về khái niệm mặt phẳng GV có thể yêu cầu HS quan sát các hình ảnh mà HS đã tiếp xúc như: Mặt bảng, mặt bàn

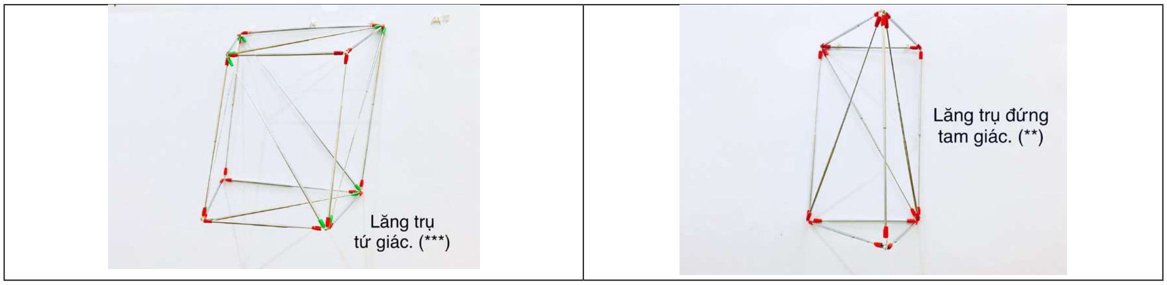
hoặc tưởng tượng lại trong đầu mặt nước ao hồ khi yên lặng. Và yêu cầu HS nhận xét đặc điểm chung của chúng ?

HS có thể nhìn thực tế mặt bảng, mặt bàn hoặc tưởng tưởng lại hình ảnh đã trải qua "mặt nước ao hồ khi yên lặng" và trả lời: "Bề mặt chúng là mặt phẳng." Từ đó GV dẫn dắt tới đặc điểm của mặt phẳng là "không có bề dày và không có giới hạn".

Ngày nay ngoài việc quan sát các hình có sẵn trong thực tế thì việc sử dụng các mô hình để HS tưởng tượng được hình, tưởng tượng được ví trị tương đối giữa các hình, tưởng tượng được giao điểm, giao tuyến giữa các hình thì việc sử dụng các bộ mô hình không gian vào giảng dạy HHKG ở lớp 11 cũng mang rất nhiều hiệu quả. Trong đó bộ lắp ghép hình học đa năng Gerobo do thầy giáo Nguyễn Ngọc Huy (1980) là giáo viên dạy Toán tại trường THPT Phan Đình Phùng sáng tạo là một trong những bộ mô hình linh hoạt, trực quan giúp các thầy cô giáo chủ động trong việc đưa ra các hình thực tế cho HS trong nhiều bài toán từ đó giúp các em HS phát triển TTTKG.

GV có thể sử dụng bộ lắp ghép Gerobo này lắp ghép các hình chóp,các hình lăng trụ để HS rèn luyện kỹ năng quan sát hình, chỉ ra được phần hình nào bị che khuất, bị che khuất bởi mặt phẳng nào, cũng như xoay hình nhìn dưới nhiều góc độ khác nhau giúp phát triển TTTKG cho HS.

 Chóp tam giác đều. (**)	Chóp tứ giác. (**)
Chóp ngũ giác. (**)	Chóp tam giác cụt. (**)
 Lập phương. (***)	Hình hộp chữ nhật. (***)



Hình 1: Các hình không gian được lắp ghép từ bộ lắp ghép hình đa năng Gerobo

HS cũng có thể sử dụng bộ lắp ghép Gerobo trực tiếp lắp ghép các hình ngay trên lớp. Sử dụng hình để giải các bài tập HHKG như xác định giao điểm, giao tuyến của hai mặt phẳng, cũng như xác định thiết diện.

3.2.2. Rèn luyện cho học sinh kỹ năng dựng hình mô phỏng hình không gian

Sau khi cho rèn luyện cho học sinh kỹ năng quan sát hình, GV sẽ cho HS rèn luyện kỹ năng dựng hình mô phỏng hình không gian qua hệ thống các tính chất của phép chiếu song song, các quy tắc vẽ hình cũng như qua hệ thống bài tập. Từ đó giúp giúp HS tưởng tượng được hình ảnh quan sát được của một hình, một vật thể khi quan sát nó ở góc nhìn nào đó; tưởng tượng được giao điểm, giao tuyến giữa các khối hình hình học.

Lưu ý của biện pháp, GV cần trang bị đầy đủ các quy tắc, tính chất cho học sinh trước khi yêu cầu học sinh dựng hình mô phỏng hình không gian.

Trong quá trình giảng dạy giải bài toán hình học không gian, giáo viên truyền đạt một số kinh nghiệm để HS tham khảo và áp dụng:

- Vẽ hình bằng viết chì thay vì dùng bút mực. Dùng bút chì các em sẽ dễ dàng sửa lại những chi tiết không hợp lý. Nên vẽ hình bên ngoài vào giấy nháp trước khi vẽ vào vở hay giấy thi, vì khi chứng minh hay làm bài các em có thể sử dụng viết màu (hai màu khác nhau) để tô lên hai mặt phẳng cần tìm giao tuyến hay giao điểm đường thẳng và mặt phẳng,…Điều đó sẽ làm chúng nổi bật lên và rất dễ quan sát.

- Khi vẽ hình chóp cần chú ý: Không vẽ mặt đáy quá lớn sẽ làm hình không thật, mất cân đối, khó nhìn và khó tưởng tượng; Khi vẽ các chi tiết trong bài toán hạn chế tối đa thể hiện ở mặt khuất.

- Khi có góc vuông cần chú thích góc vuông để dễ chứng minh; Các số đo góc cũng cần được biểu diễn trên hình; Các đường cắt nhau thì vẽ theo hướng bên trái hoặc phải tránh vẽ về phía sau sẽ khó quan sát.

- Đọc bài đến đâu vẽ hình đến đấy không vẽ một lượt hết các yêu cầu của bài sẽ làm hình vẽ bị rối và khó sử dụng.

- Đọc kỹ đề bài và cần nắm rõ thuộc tính của hình để vẽ hình chính xác.

- Khi vẽ hình chú ý những đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nên là những đường thẳng đứng để đảm bảo tính chính xác và dễ quan sát thuộc tính cũng như đặc điểm của hình. Chẳng hạn như: Khi vẽ hình chóp đều thì học sinh phải vẽ đường thẳng đứng nối từ đỉnh xuống trọng tâm đối với đáy tam giác đều và từ đỉnh

xuống tâm đối với đáy là đa giác đều. Do đó HS cần vẽ mặt đáy trước rồi xác định tâm và kẻ đường cao của hình chóp rồi mới xác định đỉnh của hình chóp. Và chú ý đường cao hình chóp là đường thẳng nằm trong khối chóp nên khi vẽ sẽ được biểu diễn thành đường nét đứt.

- Chịu khó rèn luyện vẽ hình nhiều hơn để nâng cao khả năng nhận biết và khả năng liên tưởng hình vẽ.

3.2.3. Rèn luyện kỹ năng khai triển hình không gian sang hình phẳng để giải quyết bài toán hình học không gian

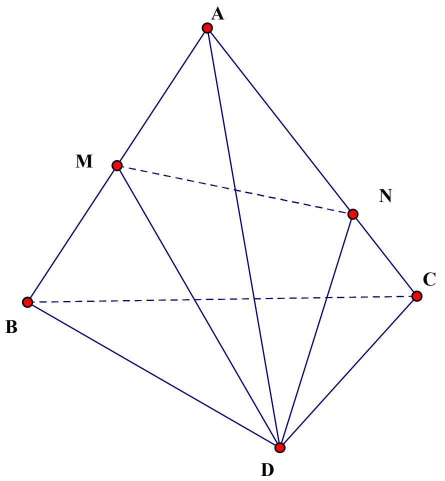
Khi giải quyết các bài toán hình học không gian HS yếu kém gặp phải nhiều khó khăn hơn so với các bài toán hình học phẳng như: Việc tưởng tượng, hình dung để tìm các mối liên hệ giữa các yếu tố hình học (như tưởng tượng được giao điểm, giao tuyến giữa các khối hình học...); việc chứng minh tính chất của một hình trong không gian ... Khó khăn này sẽ ảnh hưởng đến việc vận dụng lí thuyết để giải quyết các bài toán hình học không gian. Biện pháp này giúp HS nhìn nhận hình một cách chính xác, trực quan, giúp HS sử dụng những hiểu biết về hình học phẳng giải quyết bài toán HHKG dễ dàng hơn.

Trong quá trình dạy học, GV hướng dẫn HS tách các bộ phận phẳng ra khỏi không gian, giúp học sinh yếu kém quy một bài toán phức tạp về giải quyết bài toán đơn giản hơn, dễ hiểu và dễ thực hiện hơn.

Việc tách hình có thể thực hiện thông qua hoạt động trải hình (hay khai triển hình)... Đây là hoạt động khai triển các yếu tố không gian lên trên cùng một mặt phẳng, chuyển bài toán không gian về bài toán hình học phẳng, gắn kết bài toán phẳng và bài toán không gian.

Ví dụ 1 (SGK hình học 11 – cơ bản – trang 49) Cho bốn điểm không đồng phẳng *A*, *B*, *C* và *D*. Trên đoạn *AB* và *AC* lấy hai điểm *M* và *N* sao cho $\frac{AM}{BM}=1; \frac{AN}{NC}=2$. Hãy xác định giao tuyến của mặt phẳng (*DMN*) với các mặt (*ABD*), (*ACD*), (*ABC*) và (*BCD*) .

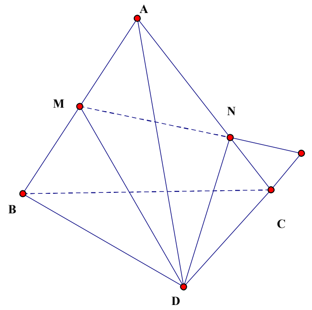
Định hướng phương pháp và lời giải:



Hình 2: Hình sau khi đọc đề bài

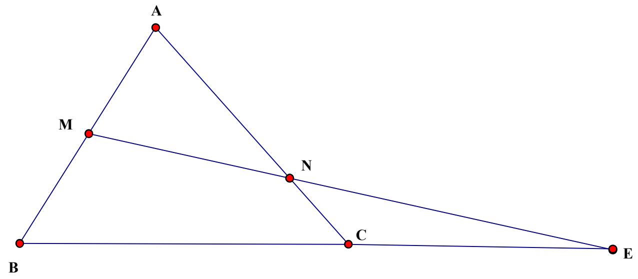
Đối với xác định giao tuyến của mặt phẳng (*DMN*) với các mặt (*ABD*), (*ACD*), (*ABC*) là rất đơn giản kể cả với các HS yếu kém vì yếu tố 2 điểm chung đã được thể hiện ngay trên hình biểu diễn.

Còn trong cách tìm giao tuyến của mặt phẳng (*DMN*) với mặt phẳng (*BCD*), HS khó tìm điểm chung thứ hai, hoặc rất dễ sai lầm trong tìm điểm chung thứ hai như kéo dài MN và DC sẽ cắt nhau. Vậy nên vấn đề trải hình ở bài toán này là cần thiết cho đối tượng học sinh yếu kém. Hình HS xác định SAI điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng.



Hình 3: Hình xác định giao tuyến sai

GV có thể hướng dẫn HS tách hình như sau



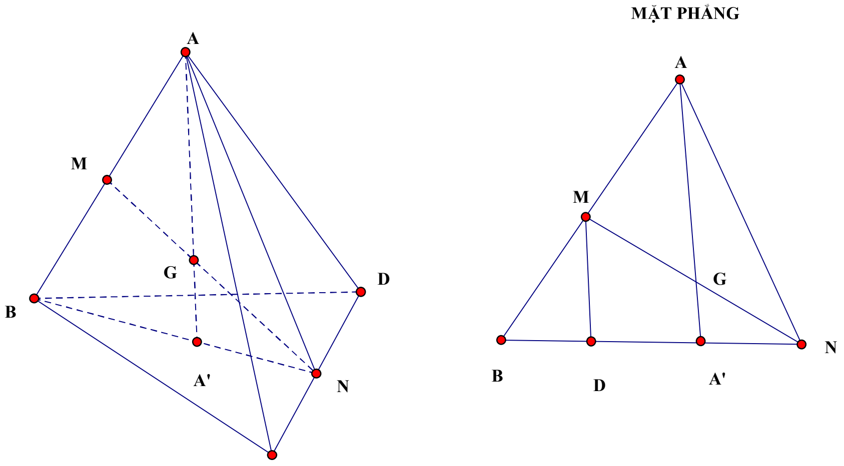
Hình 4: Trải hình

Ta sẽ thấy MN và BC cắt nhau tại điểm E, và đó là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (*DMN*) với mặt phẳng (*BCD*).

Đối với các bài toán xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng kỹ thuật khai triển hình không gian sang hình phẳng đã được thể hiện. Và kỹ thuật này còn được thể hiện rõ nét hơn với một số loại toán chứng minh tính chất của hình trong không gian.

Ví dụ 2: Cho tứ diện ABCD có trọng tâm G, AG cắt (BCD) tại A'. Chứng minh rằng A' là trọng tâm của tam giác BCD (Đường thẳng đi qua một đỉnh và trọng tâm của tứ diện đi qua trọng tâm của mặt đối diện với đỉnh ấy).

Định hướng phương pháp và lời giải:



Hình 5: Hình biểu diễn không gian và trải hình

Bằng việc bóc tách các yếu tố phẳng ra khỏi không gian, cụ thể tách bộ phận phẳng (ABN) ra ngoài, bài toán trên được chuyển thành bài toán hình học phẳng sau đây "Cho tam giác ABN, M là trung điểm của AB, G là trung điểm của MN, AG cắt cạnh BN tại A'. Chứng minh rằng BA' = 2 A'N ."

Bài toán này HS THCS có thể dễ dàng chứng minh được sau khi đã học tính chất đường trung bình. Cụ thể chứng minh như sau: Kẻ đường thẳng qua M song song với AA' cắt BN tại D. MD; GA' lần lượt là đường trung bình của ABA' và NMD nên BD = DA' = A'N. Vậy BA' = 2A'N.

4. KẾT LUẬN

Cùng với các biện pháp giảng dạy hình học không gian đã biết, biện pháp rèn luyện cho học sinh kỹ năng quan sát hình, kỹ năng dựng hình mô phỏng hình không gian, kỹ năng khai triển hình không gian sang hình phẳng để giải quyết bài toán hính học không gian, góp phần bồi dưỡng và phát triển trí tưởng tượng không gian cho HS trung học phổ thông diện yếu kém đã đáp ứng đúng yêu cầu của Chương trình giáo dục phổ thông mới đề ra.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2020), *Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể 12/2018* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT – BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 208 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo), NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.

2. Lê Thị Hoài Châu (2015), *Dạy học hình học ở trường phổ thông*, NXB Giáo dục Việt Nam.

3. Phạm Văn Hoàn (chủ biên), Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình (1981), *Giáo dục học môn Toán*, NXB Giáo dục Việt Nam.

4. Nguyễn Bá Kim (2015), *Phương pháp dạy học môn toán*, NXB Giáo dục Việt Nam.

5. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên) (2010), *Hình học 11 ban Cơ bản*, NXB Giáo dục Việt Nam.

6. Bùi Văn Nghị (2008), *Giáo trình phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.

7. Đào Tam (2005). *Phương pháp dạy học hình học ở trường trung học phổ thông,* NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.

8. Nguyễn Thị Bích Thành (2014), *Sử dụng phần mềm Geospace hỗ trợ dạy học hình học không gian nhằm góp phần phát triển trí tưởng tượng không gian cho học sinh trung học phổ thông*, Luận văn Thạc sĩ, trường ĐH Thái Nguyên.