

ỨNG DỤNG KỸ THUẬT SDP ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN CÔNG SUẤT CHUYỂN TIẾP VÔ TUYẾN MIMO

APPLICATION OF SDP TECHNIQUE TO SOLVE POWER IN WIRELESS RELAY MIMO

Trần Đình Thông^{1,*},
Dư Đình Viên¹, Lê Thanh Hải²

TÓM TẮT

Ứng dụng các kỹ thuật tối ưu để thiết kế điều hướng (BF) trong truyền thông vô tuyến là những lĩnh vực được nghiên cứu nhiều hiện nay. Các phương pháp tối ưu để giải các bài toán cho mô hình chuyển tiếp MIMO trong bài báo này hứa hẹn mở ra được tính khả thi và mở rộng cho những vấn đề liên quan đến tối ưu vô tuyến. Bài báo này tập trung về việc ứng dụng kỹ thuật tối ưu để giải bài toán tối ưu công suất đối với mạng vô tuyến. Bài toán tối ưu được xét đối với hệ thống chuyển tiếp MIMO với hàm mục tiêu không lồi. Các kỹ thuật trước đây không thể giải một cách hiệu quả đặc biệt khi áp dụng đối với các hệ thống lớn. Bằng việc ứng dụng kỹ thuật để xuất có thể tìm được giá trị gần tối ưu được trình bày trong bài báo.

Từ khóa: Kỹ thuật SDP; MIMO; công suất chuyển tiếp; tối ưu.

ASBTRACT

The application of optimization techniques to wireless communications, in particular beamforming designs, is an active area of research. The convex optimization methods for the optimal design of MIMO relay models in this paper yield promising results, and open doors to numerous possibilities of extension and improvement to other classes of beamforming problems. This paper focus on the applications of optimization techniques for the design of beamforming schemes in wireless network settings. We have considered the optimal beamforming problems of multiple-input multiple-output (MIMO) relay systems. The mathematical formulations of these problems lead to highly nonconvex optimization problems. The traditional approaches could not solve the problems efficiently especially at large system settings. By applying appropriate optimization algorithms, the proposed method can obtain solutions at near optimality. The contributions of this paper are summarized as follows.

Keywords: SDP technique; MIMO; relay power; optimization.

¹Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội

²Viện Điện tử, Viện Khoa học Công nghệ và Quân sự

*Email: thong77.hai@gmail.com

Ngày nhận bài: 04/01/2018

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 27/3/2018

Ngày chấp nhận đăng: 21/8/2018

Phản biện khoa học: TS. Trần Cao Quyền

CHỮ VIẾT TẮT

MIMO	Multi input multi output
BF	Beamforming

SDP	Semidefinite programming
SNR	Signal noise rate
LMI	Linear matrix inequality
QoS	Quality of Service
BER	Bit error rate

1. GIỚI THIỆU

Đối với vấn đề tối ưu hóa trong mạng vô tuyến đa ăng ten đã được các nhóm nghiên cứu trên thế giới có nhiều bài báo và công trình đã công bố với mục tiêu là sử dụng các kỹ thuật tối ưu hóa nhằm cải thiện dung lượng sử dụng hoặc mở rộng vùng bao phủ trong mạng không dây. Có nhiều kỹ thuật tối ưu được sử dụng trước đây nhưng các bài toán tối ưu trong mạng không dây được để ý và phát triển khi tác giả S.Boyd và L.Vandenberghe đề xuất vấn đề tối ưu hàm lồi [1] và các ứng dụng của hàm lồi. Tính chất nổi bật của hàm lồi là: tính chất đạt giá trị cực đại trên biên và bất kỳ cực tiểu địa phương nào cũng là cực tiểu toàn cục. Đặc biệt việc sử dụng đa ăng ten tại các trạm chuyển tiếp hoặc các phía thu, phía phát dựa trên các kỹ thuật ghép kênh không gian, kỹ thuật beamforming để cải thiện tỷ lệ tạp âm trên nhiễu (SNR) và tối thiểu hóa sai số bình phương trung bình (MMSE). Thực tế trên thế giới một số nhóm nghiên cứu đã nghiên cứu các bài toán về tối ưu hóa đa ăng ten [10] đã chỉ ra khi sử dụng thông tin trạng thái kênh (CSI) ở trạm phát thì vấn đề chất lượng dịch vụ (QoS) được kiểm soát một cách hiệu quả ở cả thiết bị sơ cấp và thứ cấp trong mạng vô tuyến nhận thực. Một nghiên cứu khác về kỹ thuật ngẫu nhiên hóa [5] nhằm cải thiện hiệu năng liên quan đến các tham số QoS, SNR so với các kỹ thuật truyền thống. Các giải pháp nâng cao hiệu năng trong mạng chuyển tiếp đơn ăng ten [6] cũng được nghiên cứu nhằm tối thiểu tổng công suất phát ở điều kiện QoS ràng buộc.

Trong tương lai xu hướng các mạng không dây đơn ăng ten không thể thích ứng do gia tăng dung lượng, tốc độ xử lý, công suất, vùng phủ sóng. Cho nên các nhà cung cấp dịch vụ đã và đang nghiên cứu triển khai và ứng dụng cho mạng thế hệ mới để đáp ứng được vấn đề truyền thông trên thế giới. Vì vậy, các bài toán nâng cao hiệu năng cho mạng chuyển tiếp không dây đa ăng ten đã được một số nhà khoa học trên thế giới nghiên cứu và đề xuất.

Một trong những đặc trưng của các bài toán tối ưu trong mạng chuyển tiếp không dây là các hàm mục tiêu (như tổng công suất phát, công suất chuyển tiếp, công suất riêng của từng nút....) thường là những hàm không lồi cho nên rất khó tìm các cực trị. Để giải quyết vấn đề thách thức này cần biến đổi hàm mục tiêu không lồi về hàm lồi nhưng phải thỏa mãn các điều kiện ràng buộc bao gồm các ràng buộc về công suất, tỷ lệ tap âm trên nhiều SNR, tỷ lệ lỗi bit BER của mạng.

Phần còn lại của bài báo được tổ chức như sau: Mục 2 trình bày tổng quan cơ bản hai kỹ thuật tối ưu. Mục 3 tập trung trình bày mô hình nghiên cứu và xây dựng hàm mục tiêu. Phần mô phỏng và kết quả được thể hiện thông qua mục 4. Mục 5 thể hiện nội dung kết luận và đề xuất hướng nghiên cứu khoa học tiếp theo.

2. CÁC KỸ THUẬT TỐI ƯU

2.1. Phương pháp tối ưu không trơn (nonsmooth)

Xét bài toán tối ưu có điều kiện ràng buộc với biến X có rank = 1 như sau:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(X) \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq X \leq C^{N \times N} \\ & \text{rank}(X) = 1, \end{aligned} \quad (1)$$

X là ma trận dạng positive semidefinite [15] đối xứng (Ma trận vuông $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gọi là positive semidefinite nếu $z^T X z \geq 0$ với mọi $z \in \mathbb{R}^n$ khác 0) và $f(X)$ là hàm lồi. Bài toán (1) có điều kiện ràng buộc rank(X) = 1 là hàm không lồi [1]. Để tìm được giá trị tối ưu cần sử dụng các kỹ thuật tối ưu đặc biệt thích hợp thông qua phép biến đổi.

Điều kiện rank(X) = 1 có thể được biến đổi như sau:

$$\langle X \rangle - \lambda_{\max}(X) \leq 0, \quad (2)$$

trong đó, $\lambda_{\max}(X)$ là trị riêng lớn nhất của ma trận X .

Nếu $\langle X \rangle \geq \lambda_{\max}(X)$ thì $\langle X \rangle = \lambda_{\max}(X)$, điều này có nghĩa là chỉ có một giá trị riêng non-zero của vector X khi đó:

$$X = \lambda_{\max}(X) x_{\max} x_{\max}^H$$

với $x_{\max}$ là vector trị riêng có chuẩn đơn vị ($\|x_{\max}\| = 1$) của X tương ứng với giá trị riêng lớn nhất $\lambda_{\max}(X)$. Hàm $\lambda_{\max}(X)$ là hàm lồi trên tập của ma trận Hermitian, do đó $\langle X \rangle - \lambda_{\max}(X)$ là hàm lõm của X và (2) là một điều kiện lồi ngược. Điều cần thiết là $\langle X \rangle - \lambda_{\max}(X)$ cần một giá trị đủ nhỏ khi đó: $X \approx \lambda_{\max}(X) x_{\max} x_{\max}^H$.

Khi đó bài toán (1) có thể biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(X) + \mu [\langle X \rangle - \lambda_{\max}(X)] \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq X \leq C^{N \times N} \end{aligned} \quad (3)$$

Với giá trị trọng số của $\mu > 0$ đủ lớn để đạt được giá trị $\langle X \rangle - \lambda_{\max}(X)$ là nhỏ.

Nếu hàm mục tiêu $f(X)$ là hàm lõm thì bài toán (3) trở thành bài toán tối ưu hàm lõm trên tập lồi. Tuy nhiên do hàm $\lambda_{\max}(X)$ là không trơn (không tồn tại đạo hàm) nên $f(X)$ cũng là hàm không trơn.

Mặt khác:

$$\lambda_{\max}(Y) - \lambda_{\max}(X) \geq \langle x_{\max} x_{\max}^H, Y - X \rangle \quad (4)$$

Do vậy, để thực hiện tìm giá trị tối ưu cần lựa chọn giá trị khởi đầu X^k phù hợp sẽ mang đến một kết quả X^{k+1} tiệm cận với giá trị tối ưu với sai số nhỏ nhất. Bài toán (3) được viết lại như bài toán (5).

$$\begin{aligned} \min \quad & f(X) + \mu (\langle X \rangle - \lambda_{\max}(X^{(k)})) \\ & - \langle x_{\max}^{(x)} x_{\max}^{(x)H}, X - X^{(k)} \rangle \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq X \leq C^{N \times N} \end{aligned} \quad (5)$$

Với $x_{\max}^{(x)}$ là vector trị riêng lớn nhất của $X^{(k)}$, sử dụng thuật toán lặp có thể tìm được giá trị tối ưu với sai số giữa các giá trị liên tiếp của hàm mục tiêu có thể chấp nhận được.

2.2. Phương pháp SDP

Gần đây, các bài toán tối ưu lồi sử dụng kỹ thuật SDP [16] bằng cách khởi tạo điểm ban đầu rất hiệu quả để giải. SDP là một bài toán tối ưu để tìm cực tiểu của hàm tuyến tính thỏa mãn các điều kiện ràng buộc mà tổ hợp affine của ma trận đối xứng là ma trận positive semidefinite.

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & F(x) = F_0 + x_1 F_1 + \dots + x_n F_n \geq 0 \end{aligned}$$

Vector $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ là biến giá trị tối ưu, $F_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ với $i = 0, 1, \dots, n$ là ma trận đối xứng đã biết và $F(x) \geq 0$ khi và chỉ khi $F(x)$ là positive definite tại x . Ta nhận thấy điều kiện ràng buộc:

$$F(x) = F_0 + x_1 F_1 + \dots + x_n F_n \geq 0 \quad (6)$$

được biết như là bất đẳng thức ma trận tuyến tính (LMI), khi đó nếu $F(x) \geq 0$ và $F(y) \geq 0$ và $0 \leq \theta \leq 1$ thì:

$$F(\theta x + (1-\theta)y) = \theta F(x) + (1-\theta)F(y) \geq 0 \quad (7)$$

Điều này có nghĩa tập hợp $\{x: F(x) \geq 0\}$ là tập lồi. Do đó, bài toán semidefinite là bài toán lồi khi hàm mục tiêu và các điều kiện ràng buộc là hàm lồi. Mặc dù bài toán SDP từ (1) là bài toán đã chuẩn hóa nhưng nhiều bài toán khác có thể đưa về dạng bài toán SDP. Các bất đẳng thức lồi phi tuyến có thể chuyển về dạng bất đẳng thức ma trận tuyến tính bằng cách áp dụng phần bù Schur. Khi đó nếu $Q(x) = Q^T(x)$, $R(x) = R^T(x)$, bất đẳng thức ma trận tuyến tính:

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S^T(x) & R(x) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (8)$$

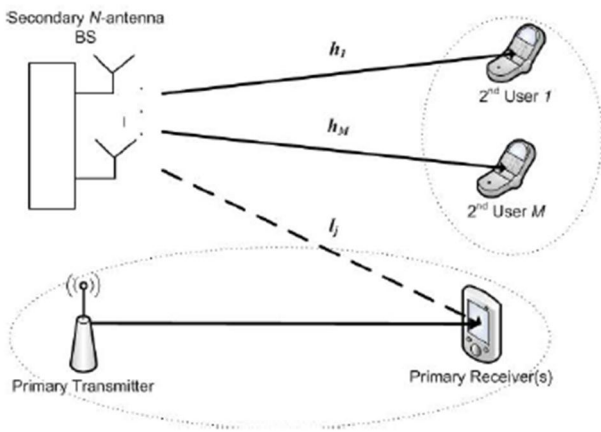
Tương đương với:

$$R(x) > 0, Q(x) - S(x) \cdot R^{-1}(x) S^T(x) \geq 0.$$

3. MÔ HÌNH CHUYỂN TIẾP VÔ TUYẾN VÀ XÂY DỰNG HÀM MỤC TIÊU

Để minh chứng từ đề xuất khoa học ứng dụng kỹ thuật tối ưu để xuất, chúng tôi thực hiện mô phỏng mô hình chuyển tiếp MIMO để khảo sát. Trong hình 1 bên phát thứ cấp dùng N anten để truyền tín hiệu s mang cùng thông tin tới M user bên thu thứ cấp, mỗi user được mắc một anten. Hệ thống thứ cấp hoạt động đồng thời với mạng sơ cấp có L user được phép sử dụng phổ. Trong trường hợp này chúng ta xem xét truyền dẫn xuống có hướng từ các trạm gốc tới các user. Hoạt động của hệ thống thứ cấp không ảnh hưởng tới việc truyền dẫn của mạng sơ cấp. Nguyên

nhân gây nhiễu giao thoa tại trạm gốc thứ cấp do các user sơ cấp bé hơn hoặc bằng mức cho phép. Ngoài ra việc thực hiện beamforming phải thỏa mãn đảm bảo tỷ số tín hiệu trên tạp âm (SNR) cho các user thứ cấp. Giả định rằng các BS thứ cấp có trạng thái thông tin kênh đã được thiết lập hoàn toàn từ cả các user sơ cấp và trạm gốc thứ cấp.



Hình 1. Mô hình chuyển tiếp vô tuyến kiểu quảng bá đơn nhóm

Đặc biệt, xem h_i là vector kênh giữa trạm phát thứ cấp và trạm thu thứ cấp thứ i , trong khi đó l_i là độ tăng ích kênh giữa trạm phát thứ cấp và các user sơ cấp. Thông tin trạng thái kênh truyền được nhận biết giữa trạm phát sơ cấp và thứ cấp. Tín hiệu được truyền s có trị trung bình bằng không và phương sai bằng 1, đối với nhiễu n_i ở phía thu thứ i có trị trung bình là không và phương sai là σ_i^2 . Với $x \in \mathbb{C}^N$ là được beamforming khi đó tín hiệu thu tại user thứ cấp thứ i được xác định:

$$d_i = \langle x, h_i \rangle s + n_i, i = 1, 2, \dots, M.$$

Các tín hiệu truyền tại trạm gốc thứ cấp sử dụng cùng băng tần với trạm sơ cấp do vậy tín hiệu giao thoa tại user thứ j được xác định:

$$d_j = \langle x, h_j \rangle s.$$

Tất cả các user thứ cấp nhận cùng thông tin, nhiễu giao thoa từ các hệ thống sơ cấp không được xác định do đó có thể xem như nhiễu trắng. Khi đó tỷ số SNR tại bên thu thứ cấp thứ i được xác định công thức:

$$\text{SNR}_i(x) = \frac{|\langle x, h_i \rangle|^2}{\sigma_i^2}, i = 1, 2, \dots, N.$$

Tổng công suất beamforming tại trạm gốc thứ cấp được tính toán theo công thức:

$$P_T(x) = \langle x, x \rangle.$$

Vấn đề bài toán tối ưu hóa công suất với điều kiện ràng buộc là nhiễu giao thoa tại các user sơ cấp và tỷ số SNR thứ cấp được xác định theo điều kiện như sau:

$$\begin{aligned} \min \quad & \langle x, x \rangle \\ \text{s.t.} \quad & \frac{\langle x x^H, h_i h_i^H \rangle}{\sigma_i^2} \geq \alpha_i, i = 1, 2, \dots, M. \end{aligned}$$

Trong đó, hàm mục tiêu là tổng công suất BF, điều kiện bất đẳng thức được hiểu rằng tỷ số SNR tại mỗi phía thu thứ cấp phải lớn hơn một ngưỡng có giá trị là α_i và nhiễu giao thoa gây ra bởi quá trình truyền dẫn thứ cấp tại phía thu sơ cấp có giá trị bé hơn β_j . Bài toán tối ưu đặt ra là các hàm không lồi và là các dạng NP - hard và không thể giải được một cách bằng phương pháp trực tiếp. Một trong những phương pháp phổ biến có thể giải được là kỹ thuật ngẫu nhiên. Nếu thay thế $X = x x^H$ với X trở thành ma trận positive semidefinite, khi đó có thể bài toán trên được biểu diễn dưới đây:

$$\begin{aligned} \min \quad & \langle X \rangle \\ X \in \quad & \mathbb{C}^{N \times N} \\ \text{s.t.} \quad & \langle X, H_i \rangle \geq \alpha_i, i = 1, 2, \dots, M. \\ \text{rank}(X) = \quad & 1, X \geq 0, \end{aligned}$$

$$\text{Ở đây: } H_i = \frac{h_i h_i^H}{\sigma_i^2} \text{ và } L_j = l_j l_j^H.$$

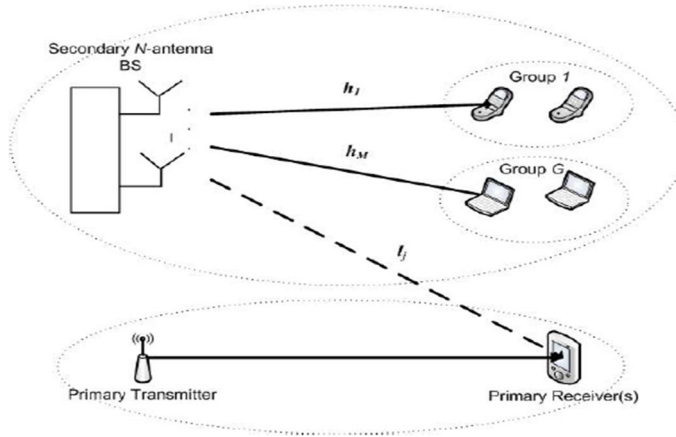
Hàm mục tiêu và các điều kiện đã cho là tuyến tính, tuy nhiên điều kiện của hạng ma trận X là hàm không lồi. Bằng cách giảm thiểu giá trị rank của X thì bài toán là một dạng SDR[15] và có thể giải được giống như các đa thức trong miền thời gian. Tuy nhiên để giải được hàm mục tiêu cho kết quả gần tối ưu khi các điều kiện ràng buộc có rank là 1. Trong trường hợp này vector BF tối ưu có thể xác định được từ các vector giá trị riêng lớn nhất của ma trận X . Đối với các bài toán cỡ lớn khi số user M và số anten N tăng lên thì trở thành những bài toán tối ưu có hạng ma trận lớn hơn 1. Điều này yêu cầu phải sử dụng phương pháp kỹ thuật ngẫu nhiên đã được ứng dụng phổ biến ở các nghiên cứu trước đây. Tuy nhiên vẫn không đảm bảo được rằng các cách giải xấp xỉ khó tìm được giá trị tối ưu.

Thêm vào đó, đối với mức độ quan trọng của dịch vụ thì cần thiết lập tới các user có mức độ ưu tiên thấp. Điều này có thể xem như các bài toán max min SNR để cùng đảm bảo được tổng công suất beamforming với các điều kiện nhiễu liên kênh. Bài toán max min có thể được xem xét sau đây:

$$\begin{aligned} \max \quad & \min_{i = 1, 2, \dots, M} \frac{\langle x x^H, h_i h_i^H \rangle}{\sigma_i^2} \\ \text{s.t.} \quad & \langle x, x \rangle \leq P \end{aligned}$$

Ở đây, P là giá trị giới hạn tổng công suất beamforming. Trong điều kiện truyền dẫn đa người dùng với tất cả các user đều thu được thông tin như nhau thì giá trị tối thiểu SNR xác định được dung lượng kênh truyền.

Từ trường hợp bài toán đối ở hình 1 để giải được thực hiện chia nhóm bên phía các user thu như hình 2. Các user thu thứ cấp được chia thành G nhóm $\{g_1, g_2, \dots, g_G\}$, các user trong mỗi nhóm đều thu nhận cùng một thông tin. Với $x_g \in \mathbb{C}^N$ là vector BF được cung cấp cho các user trong nhóm g tại các trạm gốc thứ cấp có N anten. Hệ thống này hoạt động khi xuất hiện sự có mặt của L user thu sơ cấp được phép. Tất cả các thành phần còn lại trong hệ thống được giả định giống như trong hệ thống ở trường hợp của hình 1.



Hình 2. Mô hình chuyển tiếp vô tuyến kiểu quảng bá đa nhóm

Tổng công suất beamforming là hàm có dạng toàn phương được mô tả như sau:

$$P_T(x_g) = \sum_{g=1}^G \langle x_g, x_g \rangle$$

Quá trình truyền dẫn trong hệ thống multiple group multicast gây ra nhiễu giao thoa trong nhóm với nhau nên tỷ số SNR tại user thứ i được xác định:

$$SNR_i(x_g) = \frac{\langle x_g x_g^H, h_i h_i^H \rangle}{\sum_{k \neq g} \langle x_g x_g^H, h_i h_i^H \rangle + \sigma_i^2}$$

Trong đó thành phần tử số là công suất tín hiệu mong muốn tại user thứ i và thành phần mẫu số là tổng nhiễu giao thoa trong nhóm và nhiễu trắng.

Như vậy, bài toán tối thiểu công suất điều hướng ở mô hình đề xuất có hàm mục tiêu và điều kiện nhiễu giao thoa sơ cấp được xác định như sau:

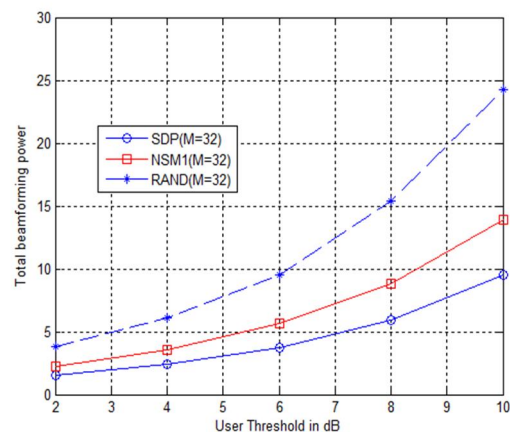
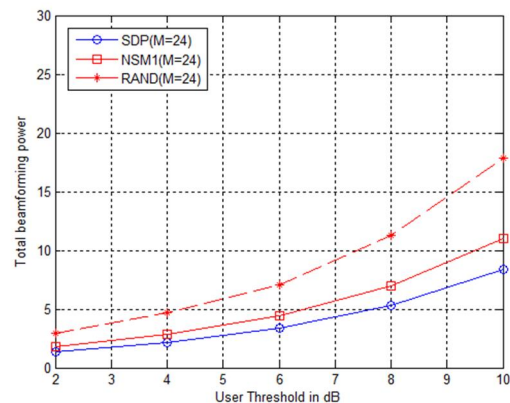
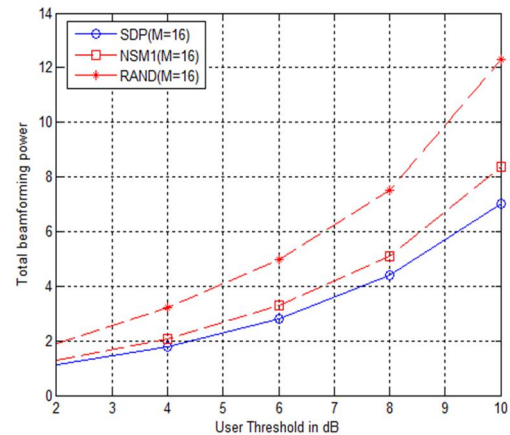
$$\begin{aligned} & \min P_T(x_g) \\ & x_g \in C^N, g = 1, 2, \dots, G \\ & \text{s.t. } \text{SI} \quad \text{NR}(x_g) \geq \alpha_i, i \in g_g, i = 1, \dots, M \end{aligned}$$

Với P_0 là công suất được cung cấp lớn nhất cho phép. Các bài toán tối ưu trên đều thuộc dạng bài toán NP - hard không lồi. Khi so sánh với các bài toán với hệ thống ở hình 1 thì các bài toán tối ưu trong hệ thống ở hình 2 sẽ phức tạp hơn do phải xử lý các ma trận và các điều kiện ràng buộc SINR là các hàm không lồi có dạng toàn phương.

4. MÔ PHỎNG VÀ KẾT QUẢ

Để thực hiện mô phỏng chúng ta giả thiết rằng trạng thái thông tin kênh được biết đầy đủ, các phần tử kênh truyền có dạng $CN(0,1)$. Mỗi mức ngưỡng SINR thực hiện mô phỏng theo phương pháp Monte-Carlo với 1000 phép thử. Mạng chuyển tiếp vô tuyến khảo sát với số lượng anten tại nút chuyển tiếp và số lượng user tương ứng theo ba trường hợp: $[N = 8, M = 16]$, $[N = 8, M = 24]$, $[N = 8, M = 32]$. Trong đó thực hiện so sánh bài toán tối ưu tổng công suất BF giữa ba kỹ thuật SDP, nonsmooth, ngẫu nhiên. Dựa vào kết quả mô phỏng hình 3, chúng ta thấy với các mức ngưỡng SINR khác nhau thì các phương pháp đều

cho ra được giá trị tối ưu. Tuy nhiên theo kết quả mô phỏng cho kết quả tối ưu theo phương pháp SDP tốt hơn khi so sánh kết quả của hai phương pháp còn lại. Ngoài ra, từ kết quả mô phỏng của hình 3 cũng chỉ ra với mức ngưỡng SINR tăng thì tổng công suất cũng tăng lên.



Hình 3. Kết quả mô phỏng tối ưu hóa công suất theo tương ứng ba trường hợp $M = 16, 24, 32$

5. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng tôi đã đề xuất giải pháp SDP trong việc ứng dụng để tìm giá trị tối ưu tổng công suất chuyển tiếp cho hệ thống chuyển tiếp vô tuyến MIMO. Kết quả mô phỏng đã mang lại kết quả hoàn toàn phù hợp với

phương pháp đề xuất, đó là thực hiện tìm được giá trị tối ưu tổng công suất cho mạng chuyển tiếp MIMO đồng thời đã đánh giá được sự ưu điểm của phương pháp SDP đạt được giá trị gần tối ưu hơn. Có thể minh chứng phương pháp SDP là phương pháp cơ bản để áp dụng khi thực hiện các bài toán tối ưu đối với những hàm mục tiêu không lồi và có mức độ tính toán phức tạp.

Tuy nhiên các bước trong kỹ thuật tối ưu yêu cầu xử lý từ hàng trăm tới hàng ngàn các thủ tục chương trình tuyến tính đối với các điều kiện ràng buộc SINR. Thay vào đó các thành phần nhiễu giao thoa là những hàm không lồi nên mức độ tính toán là rất lớn khi xử lý. Đây là những hạn chế và khó khăn khi sử dụng các kỹ thuật cũ do mức độ tính toán phức tạp của các hàm mục tiêu dẫn tới độ hội tụ lâu. Và tùy thuộc vào các bài toán tối ưu khác nhau để lựa chọn các phương pháp thích hợp để đảm bảo giá trị gần tối ưu với sai số chấp nhận được đồng thời tăng được tốc độ hội tụ của bài toán. Đây là hướng tiếp cận mới sẽ được nghiên cứu và thảo luận ở các bài báo tiếp theo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. S. Boyd, L. Vandenberghe, 2004. *Convex Optimization*. Cambridge.
- [2]. Zhi-Quan Lou, Wing-Kin Ma, Anthony Man-Cho So, Yinyu Ye, Shuzong Zhang, 2010. *Semidefinite Relaxation of Quadratic Optimization Problems*. IEEE Signal processing magazine, May, 2010.
- [3]. A. H. Phan, H.D. Tuan, H.H.Kha, Ha H. Nguyen, 2012. *Beamforming Optimization in Multi-User Amplify and Forward Wireless Relay Networks*. IEEE Transaction on wireless communications, Vol.11, No.4.
- [4]. A. H. Phan, H.D. Tuan, H.H.Kha, Ha H. Nguyen, 2013. *Iterative D.C Optimization of Precoding in Wireless MIMO Relaying*. IEEE Transaction on wireless communications, Vol.12, No.4.
- [5]. Nicholas D. Sidiropoulos, Timothy N. Davidson, Zhi-Quan Luo, 2006. *Transmit Beamforming for Physical - Layer Multicasting*. IEEE Transaction on signal processing, Vol.54, No.6.
- [6]. Nils Bornhorst, Marius Pesavento, Alex B. Gershman, 2012. *Distributed Beamforming for Multi-Group Multicasting Relay Networks*. IEEE Transaction on signal processing, Vol.60, No.1.
- [7]. Batu Krishna Chalise, Luc Vandendorpe, 2010. *Optimization of MIMO Relays Multipoint – to – Multipoint Communications: Nonrobust and Robust Designs*. IEEE Transaction on signal processing, Vol.58, No.12.
- [8]. Jingon Joung, Ali H. Sayed, 2010. *Multuser Two-Way Amplify-and-Forward Relay Processing and Power Control Methods for Beamforming Systems*. IEEE Transaction on signal processing, Vol.58, No.3.
- [9]. Xiaojun Tang, Yingbo Hua, 2007. *Optimal Design of Non-Regenerative MIMO Wireless Relays*. IEEE Transaction on wireless communications, Vol.6, No.4.
- [10]. Khoa T. Phan, Sergiy A. Vorobyov, Nicholas D. Sidiropoulos, Chintha Tellambura, 2009. *Spectrum Sharing in Wireless Networks via QoS-Aware Secondary Multicast Beamforming*. IEEE Transaction on signal processing, Vol.57, No.6.
- [11]. G. Geraci, M. Egan, J. Yuan, A. Razi and I. B. Collings, 2012. *Secrecy Sum-Rates for Multi-User MIMO Regularized Channel Inversion Precoding*. in IEEE Transactions on Communications, vol. 60, no. 11, pp. 3472-3482.
- [12]. Z. Liu, C. Chen, L. Bai, H. Xiang and J. Choi, 2014. *Transmit power minimization beamforming via amplify-and-forward relays in wireless networks with multiple eavesdroppers*. IEEE International Conference on Communications (ICC), Sydney, NSW, pp. 4698-4703.
- [13]. Y. R. Ramadan, A. S. Ibrahim and M. M. Khairy, 2016. *RF beamforming for secrecy millimeter wave MISO-OFDM systems*. IEEE International Conference on Communications (ICC), Kuala Lumpur, pp. 1-6.
- [14]. J. Yang, Q. Li, Y. Cai, Y. Zou, L. Hanzo and B. Champagne, 2016. *Joint Secure AF Relaying and Artificial Noise Optimization: A Penalized Difference-of-Convex Programming Framework*. in IEEE Access, vol. 4, no. , pp. 10076-10095.
- [15]. Trần Đình Thông, Du Đình Viên, Lê Thanh Hải, 2016. *Kỹ thuật tối ưu SDR cho mạng chuyển tiếp vô tuyến MIMO*. Tạp chí KHCN, trường Đại học Công nghiệp Hà Nội số 37.
- [16]. Z.-Q. Luo and T.-H. Chang, 2010. *SDP relaxation of homogeneous quadratic optimization: Approximation bounds and applications*. in Convex Optimization in Signal Processing and Communications, D. P. Palomar and Y. C. Eldar, Eds. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2010, ch. 4.