

MÔ PHỎNG CÔNG SUẤT PHÁT ĐIỆN CỦA TUABIN GIÓ TRỤC ĐỨNG DƯỚI ẢNH HƯỞNG CỦA MƯA

NUMERICAL ANALYSIS AND SIMULATION OF GENERATED POWERS OF VERTICAL-AXIS WIND TURBINS UNDER RAINING EFFECTS

Nguyễn Tuấn Anh¹, Nguyễn Hữu Đức^{1,*}

TÓM TẮT

Công suất của tuabin gió bị ảnh hưởng đáng kể bởi các điều kiện không khí của môi trường hoạt động. Mưa là một hiện tượng phổ biến ở nhiều nơi trên thế giới, nên việc tìm hiểu ảnh hưởng của nó đến công suất của tuabin gió trục đứng sẽ cung cấp những thông tin có giá trị trong công tác thiết kế một tháp điện gió mới. Một mô hình được xây dựng để nghiên cứu sự ảnh hưởng của mưa, từ đó xác định độ ướt tối ưu cũng như công suất phát điện tương ứng.

Từ khóa: Tuabin gió trục đứng; sự ảnh hưởng của mưa; suy giảm công suất tuabin.

ABSTRACT

The power of the wind turbine are significantly affected by the air conditions of the operating environment. Rain is a widespread phenomenon in many parts of the world, so exploring its effect on the power of wind turbines will provide valuable insights into the design of a new wind tower. A model is built to estimate the effect of precipitation by simulating the actual physical processes of the rain drops forming on the surface of the blades of a vertical-axis turbine, thereby determining optimal wetness, then power and performance respectively.

Keywords: Horizontal-axis wind turbine; effect of rain; power decrease of wind turbine.

¹Khoa Công nghệ năng lượng, Trường Đại học Điện lực

*Email: ducnh@epu.edu.vn

Ngày nhận bài: 04/01/2018

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 01/3/2018

Ngày chấp nhận đăng: 21/8/2018

Phản biện khoa học: TS. Đặng Thúy Hằng

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Vấn đề nghiên cứu sự ảnh hưởng của mưa chưa được đề cập nhiều, ở trong nước chưa có tác giả nào nghiên cứu vấn đề này, còn trên thế giới chỉ có một số nghiên cứu riêng lẻ chủ yếu về mô phỏng và phân tích khí động lực của mưa lên kết cấu hình dạng của cánh [1, 2], lên kết cấu của tháp tuabin trục ngang [3] và trục đứng [4]. Tuy nhiên chưa có nghiên cứu nào đưa ra những kết quả tối ưu liên quan đến vận tốc gió, kích thước giọt mưa, độ ướt bề mặt cánh ảnh hưởng lên công suất và hiệu suất của tuabin.

Do các yếu tố phức tạp liên quan đến điều khiển tuabin gió cũng như những thay đổi đột ngột về hướng gió và vận

tốc gió trong điều kiện mưa lớn, sự ảnh hưởng lên tuabin gió thực tế lớn hơn đáng kể so với thiết kế thông thường. Hơn nữa, mưa có thành phần vận tốc theo chiều ngang, gây tác động lên bề mặt cánh tuabin gió, tạo nên sự rung động, làm trầm trọng thêm sự ảnh hưởng lên các tuabin gió. Một số nghiên cứu đã bắt đầu xem xét tác động của lượng mưa lên cấu trúc [5].

Mưa nhỏ đến mưa vừa có thể không gây ảnh hưởng lên cấu trúc của tuabin, nhưng chúng cũng ảnh hưởng đến sản lượng điện. Vì vậy, các tác động của mưa lên tuabin gió trong những điều kiện vận hành dưới mưa nên được chú ý nhiều hơn. Sau khi nghiên cứu và hiểu được ảnh hưởng của các điều kiện cực trị đối với tuabin gió, việc thiết kế và phân tích tính sụt giảm công suất của tuabin gió cần được phát triển thêm.

Bài báo này tập trung chủ yếu vào việc phân tích và đánh giá mô phỏng sự ảnh hưởng của các thông số vận hành dưới tác động của mưa và gió lên cánh tuabin trục đứng trong điều kiện thời tiết xấu và có mở rộng đánh giá trong trường hợp mưa lớn. Một mô hình cho tuabin gió được lập và mô phỏng theo dạng cánh tuabin và sự lệch hướng gió. Các kết quả mô phỏng giúp làm sáng tỏ đường đặc tính của công suất tuabin gió trong điều kiện có mưa, từ đó giúp đánh giá về thiết kế và mức độ an toàn cho tuabin gió.

2. TÁC ĐỘNG CỦA MƯA

Tác động của hạt mưa tới cánh tuabin gió ngoài gây nên sự rung động cánh tuabin còn gây ảnh hưởng đến công suất ra của tuabin gió. Năng lượng hạt mưa rơi xuống cánh tuabin gió liên quan đến đường kính và tốc độ va đập của giọt mưa [6]. Khi hạt mưa đập vào một mặt cứng, vận tốc của giọt mưa bằng 0 rất nhanh. Khi đó, lực tác động của một giọt mưa lên tuabin gió trong khoảng thời gian rất ngắn τ có thể được tính bằng phương trình [7]:

$$F(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} f(t) dt = \frac{mv}{\tau} = \frac{1}{6\tau} \rho \pi d^3 v.$$

trong đó, $f(t)$ là lực tác động của một giọt mưa tại thời điểm t ; v là vận tốc của giọt mưa; ρ là mật độ nước, và d là đường kính giọt mưa; m là khối lượng của giọt mưa, $m = (1/6)\rho\pi d^3$, nếu giọt mưa coi như có dạng hình cầu.

Lực tác động của mưa, có thể được khảo sát như một dải phân bố đều như sau:

$$F_d = F(\tau) \frac{\alpha W}{s} = \frac{2}{9} N \rho \pi d^3 v^2 W. \quad (1)$$

trong đó, vùng tác động của giọt mưa là $S = \pi d^2/4$, độ lấp đầy thể tích $\alpha = (1/6)\pi d^3 N$ và thời gian tác động $\tau = vd/2$; W là độ rộng của cấu trúc bị mưa tác động, tương đương với độ ướt và sẽ được tính ở mục 3; N là lượng mưa với giọt có đường kính giữa $[d_1, d_2]$ trong một đơn vị thể tích không khí:

$$N = \int_{d_1}^{d_2} n(d) dd = \int_{d_1}^{d_2} n_0 e^{-\Lambda d} dd$$

với $d_1 = 0,01$ cm và $d_2 = 0,6$ cm [8]. $n(d)$ là phân bố theo kích thước giọt mưa (gọi là phân bố Marshall-Palmer) [9, 10]; $n_0 = 0,08$ cm⁻⁴, $\Lambda = 4,1 I^{-0,21}$ cm⁻¹ là hệ số độ dốc, I là lượng mưa ở đơn vị mm/h và được phân loại trong bảng 1.

Bảng 1. Phân loại cường độ mưa

Phân loại	Mưa nhỏ	Mưa vừa	Mưa to	Mưa bão	Bão yếu	Bão vừa	Bão mạnh
Cường độ mưa (mm/h)	2,5	8	16	32	64	100	200

Mưa và gió có lúc xuất hiện riêng rẽ nhưng cũng có lúc xuất hiện đồng thời. Đôi khi sức mạnh của gió rất lớn, nhưng của mưa lại không đáng kể và ngược lại. Sự phân bố tần suất và cường độ của gió và mưa có đặc điểm khí tượng theo từng khu vực với cơ chế phức tạp vượt quá phạm vi nghiên cứu. Để có một phân tích khả thi và đơn giản, trong nghiên cứu này, tác động của gió là chính theo mục đích thiết kế về chức năng của tuabin gió và coi tác động của mưa chỉ như một đóng góp bổ sung. Khi đó, tác dụng của gió và mưa cùng nhau được xem xét, trong đó tác động của gió thì tạo nên công suất phát điện, còn tác động của mưa là yếu tố ảnh hưởng đến công suất đó. Phương pháp này không chỉ giải quyết được bản chất của vấn đề mà còn đơn giản hoá tính toán.

3. ĐỘ ƯỚT TRÊN CÁNH TUABIN



Hình 1. Tuabin gió trục đứng

Giả định rằng mưa rơi xuống đồng đều với vận tốc không đổi v_r (và không có lốc). Ý tưởng chính là: tập trung vào khu vực bị lấp đầy bởi các giọt mưa tác động vào cánh tuabin trong quá trình quay trong gió. Gọi khu vực này là vùng bị mưa, hay vùng quét của cánh tuabin. Vùng bị mưa có dạng hình trụ nếu cánh tuabin có dạng hình chữ nhật, và có dạng hình ellipsoid nếu cánh tuabin nhỏ dần ở đầu

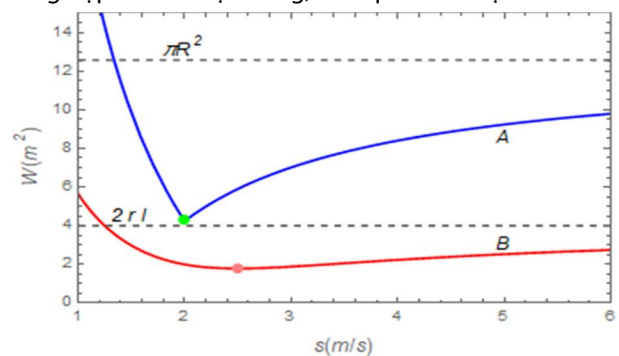
cánh. Lượng nước để lại trên cánh tuabin sẽ tỷ lệ tương ứng với vùng bị mưa. Theo đó, phương pháp đo lường hình học được áp dụng để xác định chỉ số về độ ướt toàn phần.

Giả sử rằng cánh tuabin quay ở tốc độ không đổi do nhận một lượng gió hữu ích đi vào ở tốc độ không đổi dọc theo chiều ngang. Đặt một hệ tọa độ Descartes theo cách sao cho tháp tuabin đặt ở gốc và di chuyển tương đối theo chiều dương của trục x . Như vậy, vận tốc gió hữu ích là $v_m = \{s, 0, 0\}$. Các cánh tuabin đã tiếp xúc với các giọt mưa trong một khoảng thời gian hữu hạn, cụ thể là $1/s$. Khu vực mưa bao gồm tất cả các vị trí ban đầu để một giọt mưa có thể rơi trên cánh. Đặt Q là một vị trí tương ứng với một giọt mưa sẽ rơi vào ở thời điểm t . Sau đó, nó sẽ rơi tiếp tại điểm $Q + v_r t$. Điểm đó lại tiếp tục chuyển động tương đối cùng với tuabin $P = Q + v_r t - v_m t$. Như vậy tại mỗi điểm tiếp xúc với mưa P trên cánh tuabin ở thời điểm 0, điểm $P + (v_r - v_m)t$ nằm trong vùng mưa khi $0 \leq t \leq 1/s$. Điều này cho thấy vùng mưa được tạo thành từ các đoạn thẳng song song với vector mưa biểu kiến $v = v_r - v_m$, điểm kết thúc nằm ở điểm tiếp xúc với cánh tuabin ở thời điểm 0 và có độ dài $\|v\|/s$. Từ đây, độ ướt toàn phần, hay vùng không gian quét của cánh tuabin quay khi bị mưa tác động W , là tích giữa diện tích tiếp xúc dưới mưa với hình chiếu của vector v/s lên phương pháp tuyến với mặt đó. Để xác định vùng không gian quét của cánh tuabin khi quay, có thể coi chúng tạo nên một mặt trụ có độ cao bằng chính sai cánh và bán kính đáy bằng cánh tay đòn của tuabin. Sử dụng các thành phần vận tốc của mưa $v_r = \{v_t, v_c, -k\}$, trong đó thành phần tới $v_t > 0$, thành phần ngang v_c và thành phần rơi của mưa $k > 0$. Từ đây, vector $v/s = \{v_t - s, v_c, -k\}/s$. Tham khảo [11], độ ướt khi đó có dạng:

$$W(s) = \frac{2rL\sqrt{(v_t-s)^2 + v_c^2}}{s}, \quad (2)$$

trong đó, r và L là cánh tay đòn và độ dài của cánh tuabin.

Ví dụ, hãy xét một vùng không gian mà cánh tuabin quay tạo ra với các kích thước như sau: $r = 1$ m, $L = 2$ m, trong thời tiết mưa có tốc độ rơi là $k = 7$ m/s, tốc độ hướng thẳng vào tuabin $v_t = 2$ m/s và tốc độ ngang $v_c = 1$ m/s. Khi đó, độ ướt $W(s)$ đạt cực tiểu ở tốc độ gió hữu ích $s = 2$ m/s (trong trường hợp tuabin trục ngang), và $s = 2,5$ m/s (trong trường hợp tuabin trục đứng). Kết quả thu được ở hình 2.



Hình 2. Độ ướt trên cánh tuabin trong trường hợp vùng không gian quét của cánh khi quay có dạng hình trụ: đường cong A đối với tuabin trục ngang và đường cong B đối với tuabin trục đứng

4. CÔNG SUẤT PHÁT ĐIỆN GIÓ

Công suất ra của một tuabin gió lý tưởng tích lũy tới vận tốc gió hữu ích s sử dụng phân bố Weibull có dạng:

$$P(s) = \int_0^s P(u)f(u)du \quad (3)$$

trong đó,

$$P(u) = \frac{1}{2} \rho A u^3 \quad (4)$$

$A = 2\pi rL$ là diện tích vùng quét của cánh tuabin, và

$$f(u) = \frac{\kappa}{\lambda} \left(\frac{u}{\lambda}\right)^{\kappa-1} e^{-\left(\frac{u}{\lambda}\right)^\kappa} \quad (5)$$

với $\kappa \geq 1$, là phân bố Weibull. Ở đây, κ là thông số cấu hình và λ là thông số thang đo. Tính tích phân (3), chúng ta thu được

$$P(s) = \frac{1}{2} \rho A s^3 \left\{ \frac{3\lambda^3 \left[\Gamma\left(\frac{3}{\kappa}\right) - \Gamma\left(\frac{3}{\kappa} \frac{s^\kappa}{\lambda^\kappa}\right) \right]}{\kappa s^3} - e^{-\left(\frac{s}{\lambda}\right)^\kappa} \right\} \quad (6)$$

Từ đây, có thể tìm được các hệ số

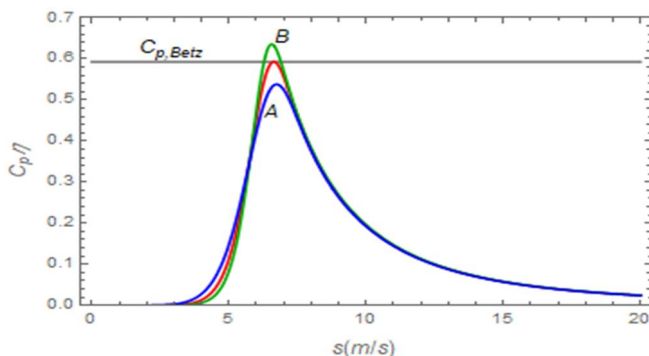
$$C_p \eta = \frac{3\lambda^3 \left[\Gamma\left(\frac{3}{\kappa}\right) - \Gamma\left(\frac{3}{\kappa} \frac{s^\kappa}{\lambda^\kappa}\right) \right]}{\kappa s^3} - e^{-\left(\frac{s}{\lambda}\right)^\kappa} \quad (7)$$

trong đó, C_p là hệ số công suất gió và η là hiệu suất truyền động.

Với $\eta \leq 1$, $C_p \leq C_{p,Betz}$ ($C_{p,Betz} = 16/27$, gọi là giới hạn Betz), phương trình (7) suy ra

$$\frac{3\lambda^3 \left[\Gamma\left(\frac{3}{\kappa}\right) - \Gamma\left(\frac{3}{\kappa} \frac{s^\kappa}{\lambda^\kappa}\right) \right]}{\kappa s^3} - e^{-\left(\frac{s}{\lambda}\right)^\kappa} \leq C_{p,Betz} \quad (8)$$

Phương trình (8) được giải bằng hình 3 cho kết quả $\kappa \leq 10$, với mọi giá trị λ .



Hình 3. Hệ số công suất phụ thuộc vào tốc độ gió ứng với ba thông số cấu hình khác nhau ($\kappa = 8, 10, 12$ tương ứng với các đường từ A đến B) khi $\lambda = 6$ m/s

Khi tính đến tác động của mưa, công suất bị suy giảm một lượng $F_d s$,

$$P_d(s) = P(s) - F_d s \quad (9)$$

với F_d từ biểu thức (1) và độ ướt W từ biểu thức (2a) hoặc (2b).

5. XÂY DỰNG MÔ HÌNH VÀ MÔ PHỎNG

Mô hình trên được mô phỏng bằng phần mềm Wolfram Mathematica [12]. Các thông số đưa vào bao gồm:

- Hình dạng của cánh tuabin:
 - Độ dài cánh tay đòn, được khảo sát từ 1 đến 3m;
 - Độ dài cánh, khảo sát từ 1 đến 5m;

2. Các thành phần của nước mưa và không khí:

- Mật độ không khí, khảo sát từ 0,1 đến 1,5kg/m³;
- Mật độ nước của mưa, từ 800 đến 1500kg/m³;
- Đường kính giọt mưa, từ 0,1 đến 0,6cm;
- Lượng mưa, từ 1 đến 200mm/h;
- Thành phần vận tốc tới của mưa, từ -5 đến 14m/s;
- Thành phần vận tốc ngang của mưa, từ 0 đến 30m/s;
- Thành phần vận tốc rơi của mưa, từ 5 đến 15m/s;

3. Các thông số của tuabin gió:

- Thông số cấu hình, được khảo sát từ 1 đến 10;
- Thông số thang đo, được khảo sát từ 0,1 đến 20m/s;

Các bước mô phỏng được thực hiện như sau:

- Trước tiên lựa chọn dạng hình học của cánh tuabin khi quay và các thông số cấu hình và thông số thang đo của tuabin gió. Các thông số về mưa và gió ứng với điều kiện mưa vừa và gió không lớn.

- Các phương trình gồm phương trình lượng mưa, biểu thức độ ướt, lực tác động của giọt mưa, công suất tuabin dưới ảnh hưởng của mưa và các giá trị tối ưu được đánh giá và mô tả bằng hình vẽ.

- Các thông số có thể được thay đổi tùy theo bài toán cụ thể và kết quả được minh họa tương ứng ngay trên các hình vẽ.

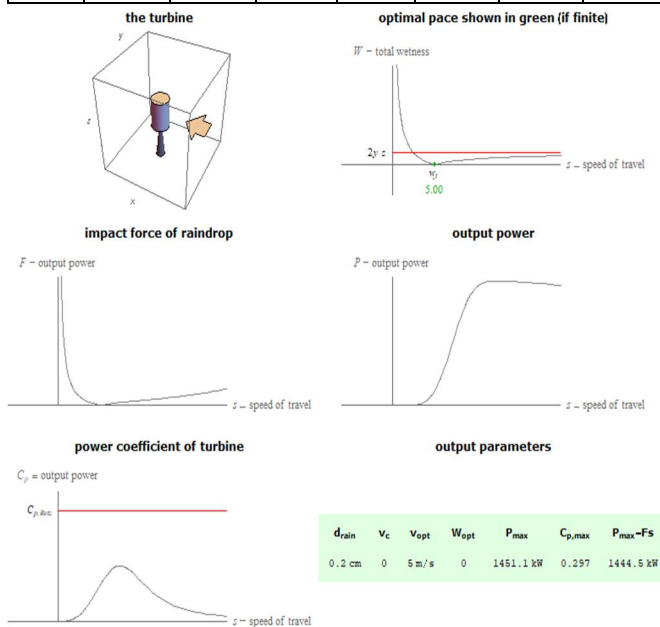
- Bằng phương pháp này, có thể đánh giá được mức độ ảnh hưởng của mưa lên công suất tuabin gió, từ đó đưa ra những giải pháp cho thiết kế hình dạng cánh tuabin, hay tốc độ tối ưu để tuabin gió vẫn khai thác được năng lượng trong điều kiện mưa gió.

Các kết quả mô phỏng được cho ở bảng 2 và hình 4. Độ sụt giảm công suất do mưa đối với tuabin trục đứng ít bị ảnh hưởng khi kích thước của giọt mưa tăng, nhưng lại bị ảnh hưởng mạnh khi vận tốc mưa ngang tăng. Điều này là do các cánh của tuabin trục đứng được bố trí theo phương thẳng đứng.

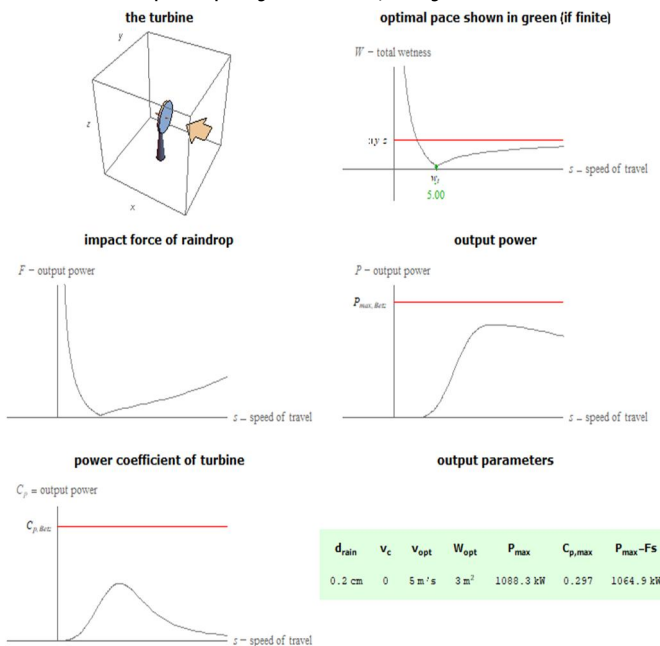
Bảng 2. Kết quả mô phỏng các thông số vận hành

Loại cánh tuabin	Đường kính giọt mưa	Vận tốc mưa ngang	Vận tốc gió tối ưu	Độ ướt tối ưu	Hệ số công suất	Công suất định mức	Công suất suy giảm
Tuabin trục ngang	0,2 cm	0 m/s	5 m/s	3 m ²	0,297	1,09 MW	1,06 MW
	0,2 cm	7 m/s	5 m/s	3 m ²	0,297	1,09 MW	1,05 MW
	0,3 cm	0 m/s	5 m/s	3 m ²	0,297	1,09 MW	0,94 MW
	0,3 cm	7 m/s	5 m/s	3 m ²	0,297	1,09 MW	0,89 MW
	0,4 cm	0 m/s	5 m/s	3 m ²	0,297	1,09 MW	0,58 MW
	0,4 cm	7 m/s	5 m/s	3 m ²	0,297	1,09 MW	0,37 MW

Tuabin trực đứng	0,2 cm	0 m/s	5 m/s	-	0,297	1,45 MW	1,44 MW
	0,2 cm	7 m/s	15 m/s	10 m ²	0,297	1,45 MW	1,39 MW
	0,3 cm	0 m/s	5 m/s	-	0,297	1,45 MW	1,41 MW
	0,3 cm	7 m/s	15 m/s	10 m ²	0,297	1,45 MW	1,07 MW
	0,4 cm	0 m/s	5 m/s	-	0,297	1,45 MW	1,31 MW
	0,4 cm	7 m/s	15 m/s	10 m ²	0,297	1,45 MW	0,10 MW



Hình 4a. Kết quả mô phỏng của tuabin trực đứng



Hình 4b. Kết quả mô phỏng của tuabin trực ngang

6. KẾT LUẬN

Với sự phát triển của điện gió cũng như sự gia tăng của các sự kiện mưa và gió cực kỳ mạnh, các tuabin gió có thể bị ảnh hưởng do gió và mưa. Trong nghiên cứu này, một phương pháp phân tích năng lượng của tuabin gió dưới điều kiện của mưa và mưa bão đã được nghiên cứu. Các kết luận chính như sau.

(1) Bài báo này là kết quả nghiên cứu đầu tiên tìm hiểu sự ảnh hưởng của mưa lên công suất của tuabin gió.

(2) Độ ướt trên cánh tuabin có mối liên quan chặt chẽ với lực tác động của mưa. Kết quả cho thấy có một độ ướt tối ưu, khi đó lực tác động của mưa lên cánh tuabin cũng nhỏ nhất, và do đó sự sụt giảm công suất do mưa cũng nhỏ nhất.

(3) Đường đặc tính của công suất được tính theo phân tích thống kê khá phù hợp với đường đặc tính đo được thực tế, chỉ với cách chọn các thông số cấu hình và thang đo phù hợp.

(4) Sự sụt giảm của công suất do mưa thể hiện đáng kể khi kích thước của giọt mưa tăng lên. Điều đó dễ hiểu, vì khi mưa càng nặng hạt, thì càng ảnh hưởng đến tốc độ quay của cánh tuabin. Sự sụt giảm của công suất cũng ảnh hưởng mạnh khi có mưa tạt ngang. Công suất cũng bị sụt giảm nhẹ khi các thông số khác như lượng mưa, vận tốc mưa tới, vận tốc mưa rơi tăng lên. Tuy nhiên, vẫn có thể tìm được công suất tốt nhất tùy từng trường hợp ứng với vận tốc gió hữu ích và độ ướt tối ưu, hay lực tác động của mưa là nhỏ nhất.

Khả năng kinh tế yêu cầu các cấu hình tối ưu của các thành phần của tuabin gió. Để phát triển một hệ thống tối ưu, điều cần thiết là phải có một mô hình khả thi. Mặc dù đã có những nghiên cứu trước, nhưng chủ yếu là cho những dao động cơ học trong điều kiện gió lớn, hay mưa bão lớn, mà chưa đưa ra được sự ảnh hưởng của mưa lên công suất với các dự đoán cụ thể ứng với nhiều điều kiện khác nhau. Mô hình được mô phỏng để dự đoán những tính chất cho tuabin với các kích thước hình học của cánh tuabin và điều kiện bị ảnh hưởng khác nhau của mưa. Hình ảnh về độ ướt, lực tác động của mưa và công suất phát điện được minh họa trực quan bằng hình ảnh động có tương tác và điều chỉnh tùy theo mục đích khảo sát. Mô hình tương đối đơn giản nhưng vẫn cho những kết quả khá chính xác.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Z. Wang, Y. Zhao, F. Li, và J. Jiang, 2013. *Extreme Dynamic Responses of MW-Level Wind Turbine Tower in the Strong Typhoon Considering Wind-Rain Loads*. Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2013, Article ID 512530, 13 pages.
- [2]. T. Wan và S.-P. Pan, 2010. *Aerodynamic Efficiency Study under The Influence of Heavy Rain via Two-Phase Flow Approach*. 27th International Congress of The Aeronautical Sciences (ICAS 2010).

- [3]. A. C. Cohana and H. Arastoopoura, 2016. *Numerical simulation and analysis of the effect of rain and surface property on wind-turbine airfoil performance*. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 81, pp. 46-53.
- [4]. B. C. Al, C. Klumpner và D. B. Hann, 2011. *Effect of Rain on Vertical Axis Wind Turbines*. International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPO'11), Las Palmas de Gran Canaria (Spain), 13th to 15th April, 2011. Proceeding Vol.1, No.9, pp. 1263-1268.
- [5]. E. C. C. Choi, 2011. *Wind-driven rain and driving rain coefficient during thunderstorms and non-thunderstorms*. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 89, no. 3-4, pp. 293-308.
- [6]. M. Abuku, H. Janssen, J. Poesen, and S. Roels, 2009. *Impact, absorption and evaporation of raindrops on building facades*. *Building and Environment*, vol. 44, no. 1, pp. 113-124.
- [7]. H.N. Li, Y.M. Ren, and H. F. Bai, 2007. *Rain-wind-induced dynamic model for transmission tower system*. *Proceedings of the CSEE*, vol. 27, no. 30, pp. 43-48.
- [8]. W. L. Chen and Z. L. Wang, 1991. *The trial research on the behaviours of artificial rainfall by simulation*. *Bulletin of Soil and Water Conservation*, vol. 11, no. 2, pp. 55-62.
- [9]. J. Marshall and W. Palmer, 1948. *The distribution of raindrops with size*. *Journal of Meteorology*, vol. 5, pp. 165-166.
- [10]. E. Villermaux and B. Bossa, 2009. *Single-drop fragmentation determines size distribution of raindrops*. *Nature Physics*, vol. 5, no. 9, pp. 697-702.
- [11]. Seongtaek Seo, 2015. *Run or walk in the rain? (orthogonal projected area of ellipsoid)*. *IOSR Journal of Applied Physics (IOSR-JAP)*, e-ISSN: 2278-4861. Volume 7, Issue 2 Ver. I, pp. 139-150.
- [12]. P. R. Wellin, 2013. *Programming with Mathematica*. Cambridge Publishing.