

NGHIÊN CỨU XÂY DỰNG CHƯƠNG TRÌNH MÔ PHỎNG QUÁ TRÌNH XÂM NHẬP MẶN HAI CHIỀU (2D)

Nguyễn Đức Hạnh⁽¹⁾, Ông Thanh Hải⁽²⁾, Lê Ánh Hạ⁽²⁾,
Trần Ngọc Anh⁽¹⁾, Nguyễn Hữu Dư⁽³⁾

⁽¹⁾Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội

⁽²⁾Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh

⁽³⁾Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán

Ngày nhận bài: 30/11/2020; ngày chuyển phản biện: 01/12/2020; ngày chấp nhận đăng: 28/12/2020

Tóm tắt: Bài báo này trình bày chi tiết phương pháp giải số bài toán lan truyền độ mặn trong điều kiện thực tế dựa trên phương trình nước nông 2 chiều và phương trình khuếch tán. Phương pháp được sử dụng để mô phỏng quá trình lan truyền mặn trên sông Ninh Cơ (tỉnh Nam Định). Trong phương pháp này, phương pháp thể tích hữu hạn kết hợp với phương pháp HLLC (Harten-Lax-van Leer-Contact) được sử dụng để tính thông lượng cho bài toán Riemann. Giải pháp gần đúng giúp tính nghiệm xấp xỉ ổn định, thỏa mãn điều kiện cân bằng ngay cả khi xét trường hợp có trạng thái khô - ướt cho 2 phần tử lưới liền kề. Trên cơ sở đó chương trình tính mã nguồn mở được xây dựng trên ngôn ngữ lập trình C++. So sánh kết quả tính toán với kết quả khảo sát, đo đạc thực tế tại sông Ninh Cơ và so sánh với kết quả mô phỏng bằng phần mềm MIKE 21FM cho thấy mô hình có khả năng ứng dụng để mô phỏng bài toán lan truyền mặn 2 chiều trong điều kiện sông ngòi thực tế.

Từ khóa: Mô hình 2 chiều, Thủy động lực, xâm nhập mặn.

1. Giới thiệu

Hầu hết các dòng chảy thực tế trong sông ngòi đều là các dòng chảy với các đặc trưng thủy lực của nó biến đổi theo cả 3 chiều không gian. Tuy nhiên, khi độ rộng của dòng chảy lớn hơn rất nhiều so với độ sâu thì biến đổi của các đặc trưng đó theo chiều thẳng đứng trở nên không đáng kể do có sự xáo trộn mạnh mẽ gây nên bởi các ứng suất ma sát ở đáy. Trong các trường hợp đó, mô hình dòng chảy 2 chiều (2D) sử dụng hệ phương trình nước nông (shallow water equations) hay hệ phương trình trung bình theo độ sâu (depth-averaged equations) được xem là đủ để mô tả các đặc trưng dòng chảy.

Ở Việt Nam, một số các mô hình 2 chiều như MIKE 21, SMS, CCHE2D, Delft2D-River, TABS-MD, SMS, TELEMAC, ... đã và đang được sử dụng dụng để giải quyết nhiều vấn đề thực tế đặt ra. Tuy nhiên, đây là các mô hình thương mại vì vậy người sử dụng chỉ có thể sử dụng phần

mềm mà không thể thay đổi được chương trình phục vụ công tác nghiên cứu và ứng dụng. Hiện nay, Việt Nam cũng đã có một số nghiên cứu xây dựng, phát triển mô hình 2 chiều thủy lực mã nguồn mở như mô hình TREM (Two-dimensional River bed Evolution Model) được Nguyễn Tiền Giang và các cộng sự [1] phát triển và ứng dụng cho sông của Việt Nam (2003); Nguyễn Thế Hùng, Vũ Hữu Hải và Nguyễn Hải Bắc [2] xây dựng mô hình toán hai chiều cho dòng chảy sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (2007); Lương Tuấn Anh và Nguyễn Hoàng Minh [3] (2006) sử dụng thuật toán Runge-Kutta bậc 3 và phương pháp nội suy tuyến tính nối tiếp để giải hệ phương trình sóng nước nông 2D... từ đó thu được biểu đồ phân bố vận tốc theo phương ngang và độ sâu dòng chảy (hoặc mực nước) tại khu vực nghiên cứu. Tuy nhiên những nghiên cứu xây dựng mã nguồn mở mô hình thủy động lực 2 chiều kết hợp tính toán xâm nhập mặn ở Việt Nam vẫn còn chưa phổ biến và vì thế cần thiết có những nghiên cứu xây dựng bộ mô hình này và chia sẻ rộng

Liên hệ tác giả: Nguyễn Đức Hạnh
Email: nguyenduchanh@hus.edu.vn

rãi để ứng dụng và phát triển tiếp theo các hướng nghiên cứu tiếp theo.

Đây là một vấn đề rất rộng, do đó trong phạm vi bài báo này chúng tôi tập trung vào việc xây dựng mã nguồn mở giải hệ phương trình nước nông và phương trình khuếch tán bằng phương pháp thể tích hữu hạn trên lưới phi cấu trúc để mô phỏng thủy động lực và xâm nhập mặn theo hai chiều không gian (phương mặt ngang).

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{g}_1}{\partial y} = \mathbf{S}_\rho + \mathbf{S}_b + \mathbf{S}_f \quad (1)$$

$$\text{với } \mathbf{q} = \begin{bmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{bmatrix}, \mathbf{f} = \begin{bmatrix} q_x \\ uq_x + \frac{1}{2}gh^2 \\ uq_y \end{bmatrix}, \mathbf{g} = \begin{bmatrix} q_y \\ q_y v \\ vq_y + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}, \mathbf{f}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ hT_{xx} \\ hT_{xy} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ hT_{xy} \\ hT_{yy} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_\rho = \begin{bmatrix} -\frac{gh^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} \\ -\frac{gh^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial y} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_b = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial z_b}{\partial x} \\ -gh \frac{\partial z_b}{\partial y} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ -C_f u \sqrt{u^2 + v^2} \\ -C_f v \sqrt{u^2 + v^2} \end{bmatrix}$$

và phương trình khuếch tán:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial us}{\partial x} + \frac{\partial vs}{\partial y} = F_s \quad (2)$$

Trong đó, $h(x, y, t)$: chiều sâu cột nước (m); z_b : Độ cao mặt đáy; $u(x, y, t), v(x, y, t)$: Vận tốc dòng chảy theo phương x và phương y (m/s); f : Tham số Coriolis; ρ_0 : mật độ của nước;

$$\tau_{bx} = \rho_0 C_f u \sqrt{u^2 + v^2}, \tau_{by} = \rho_0 v \sqrt{u^2 + v^2}$$

: Ứng suất mặt đáy theo phương x phương y ; C_f : Hệ số kéo được xác định từ hệ số Chezy hay hệ số Manning; $\rho(s)$: Khối lượng riêng của nước (kg/m³), chú ý khối lượng riêng ρ phụ thuộc độ mặn [4, (2.10)]; $q_x = uh$ và $q_y = vh$: Lưu lượng theo phương x và phương y (m²/s); ma sát nhớt:

$$T_{xx} = 2A \frac{\partial u}{\partial x}; \text{ ma sát rối: } T_{xy} = A \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right);$$

chênh lệch đối lưu: $T_{yy} = 2A \frac{\partial u}{\partial y}$ với A : Thành

phần nhớt xoay theo phương ngang; s : Độ

mặn; $F_s = \frac{\partial}{\partial x} (D_h \frac{\partial s}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (D_h \frac{\partial s}{\partial y})$ với $D_h = \frac{A}{\sigma_T}$:

2. Xây dựng mô hình hai chiều (2D) mô phỏng xâm nhập mặn.

2.1. Hệ phương trình cơ bản

Trong nghiên cứu này hệ phương trình nước nông hai chiều [4] cùng với hệ phương trình khuếch tán [8] được sử dụng để tính mực nước, các thành phần vận tốc theo phương ngang và nồng độ chất hòa tan (độ mặn) tại các vị trí trong miền tính. Cụ thể:

Phương trình thủy động lực:

Hệ số khuếch tán theo phương ngang; σ_T : Là hệ số Prandtl.

2.2. Rời rạc hóa hệ phương trình và các bước giải

a) Rời rạc hóa theo không gian

Miền bài toán Ω được chia thành lưới tam giác Th thỏa mãn $\bar{\Omega} = \bigcup_{T \in Th} \bar{T}$ với mỗi T là một tam giác trong lưới T_h , h_T đường kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác T , và $h = \max_{T \in Th} h_T$ [7]. Sử dụng phương pháp thể tích hữu hạn, viết dạng tích phân của phương trình (1) trên mỗi phần tử T và áp dụng định lý Green thu được:

$$\int_T \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} dT + \oint_T (\mathbf{F}(\mathbf{q}) - \mathbf{F}_1(\mathbf{q})) \cdot \mathbf{n} dT = \int_T (\mathbf{S}_\rho + \mathbf{S}_b + \mathbf{S}_f) dT \quad (3)$$

Trong đó $\mathbf{q} := (q_x, q_y)$: Vector lưu lượng với q_x, q_y lưu lượng theo phương x và phương y ; ∂T là biên của tam giác T ; $\mathbf{n} := (n_x, n_y)^T$ là vector pháp tuyến đơn vị tại biên ∂T và có hướng ra ngoài T ; thông lượng $\mathbf{F}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n}$ được tính theo công thức sau:

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n} = (f n_x + g n_y), \mathbf{F}_1(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n} = (f_1 n_x + g_1 n_y) \quad (4)$$

Do ∂T được hợp thành từ ba cạnh của tam giác T , khi đó hai tích phân đường trên ∂T của $\mathbf{F}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n}$ và $\mathbf{F}_1(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n}$ trong (4) có thể được tính trên

mỗi cạnh của T như sau:

$$\oint_{\partial T} \mathbf{F}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n} dT = \sum_{k=1}^3 \mathbf{F}_k(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n}_k l_k, \quad (5)$$

$$\oint_{\partial T} \mathbf{F}_1(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n} dT = \sum_{k=1}^3 \mathbf{F}_{1,k}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{n}_k l_k$$

Trong đó, k và l_k : Chỉ số và chiều dài một cạnh của T ; $\mathbf{n}_k$: Vector pháp tuyến đơn vị tại cạnh thứ k của T .

b) Rời rạc hóa theo thời gian

Phương pháp sai phân hiện cho thành phần đạo hàm theo thời gian trong phương trình (3) xét trên mỗi phần tử lưới tam giác $T_i \in T_h$ [12, 14, 15]:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_i^{n+1} &= \mathbf{q}_i^n + \frac{\Delta t^n}{|T_i|} \left[\int_{T_i} \mathbf{S}(\mathbf{q}^n, \square^n) d|T_i| \right] - \\ &\sum_{k=1}^3 \mathbf{F}_k(\mathbf{q}^n) \cdot \mathbf{n}_k l_k - \sum_{k=1}^3 \mathbf{F}_{1,k}(\mathbf{q}^n) \cdot \\ &\mathbf{n}_k l_k, \quad (6) \end{aligned}$$

Trong đó, tại thời điểm $t^n = n\Delta t$ với Δt là bước thời gian, $\mathbf{q}^n = (\mathbf{q}_i^n)_{i=1, \text{card}(T_h)}$ với $\text{card}(T_h)$ là tổng số

phần tử của lưới T_h ; $\mathbf{q}_i^n = (h_i^n, q_{x,i}^n, q_{y,i}^n)$;

$$\begin{aligned} \frac{1}{|T_i|} \int_{T_i} h(x, y, t^n) dT_i &\approx h_i^n, \\ \frac{1}{|T_i|} \int_{T_i} q_x(x, y, t^n) dT_i &\approx q_{x,i}^n, \\ \frac{1}{|T_i|} \int_{T_i} q_y(x, y, t^n) dT_i &\approx q_{y,i}^n, \\ \frac{1}{|T_i|} \int_{T_i} \rho dT_i &\approx \rho_i^n, |T_i| \end{aligned}$$

là diện tích tam giác T_i .

Từ phương trình (2), dùng phương pháp như trên, độ mặn được biểu diễn như sau [8, 10]:

$$\begin{aligned} s_i^{n+1} &= s_i^n - \frac{\Delta t^n}{|T_i|} \sum_{k=1}^3 l_k (u_{ijk}^n n_x \\ &+ v_{ijk}^n n_y) s_{ijk}^n \\ &- l_k S s_{ijk}^n \cdot \mathbf{n}_k \quad (7) \end{aligned}$$

Các giá trị $q_i^{(n+1)}$ và $s_i^{(n+1)}$ tại các bước thời gian tiếp theo được tính lần lượt qua các bước như chi tiết trong Phụ lục 1.

3. Ứng dụng mô hình mô phỏng xâm nhập mặn cửa sông Ninh Cơ

3.1. Giới thiệu về sông Ninh Cơ

Sông Ninh Cơ (còn gọi là Lạch Lác hay Cường Giang) là một phân lưu ở hạ du của sông Hồng, sông Ninh Cơ có chiều dài khoảng 55 km, chảy

qua địa bàn các huyện Trực Ninh, Xuân Trường, Nghĩa Hưng của tỉnh Nam Định. Sông có vai trò quan trọng trong việc cung cấp nước tưới cho hàng nghìn hecta lúa và hoa màu, nước sinh hoạt, sản xuất và các nhu cầu nước cho phát triển kinh tế xã hội, tuy nhiên với thực trạng hiện nay, xâm nhập mặn đang đe dọa đến vùng này rất nghiêm trọng. Ranh giới mặn ngày càng lấn sâu trên sông Ninh Cơ, độ mặn tại cửa cống Múc 2 cách biển 37 km đã có lúc đạt tới 1,7‰ [5] đã gây ảnh hưởng không nhỏ đến các hoạt động lấy nước phục vụ sản xuất nông nghiệp của người dân địa phương.

3.2. Số liệu sử dụng

Nghiên cứu này đã sử dụng các số liệu được đo đạc, khảo sát, thu thập trong đề tài cấp Quốc gia KC.08.05/16-20 "Nghiên cứu đánh giá xu thế diễn biến, tác động của hạn hán, xâm nhập mặn đối với phát triển kinh tế - xã hội vùng đồng bằng sông Hồng - Thái Bình và đề xuất các giải pháp ứng phó" [5] để xây dựng và kiểm chứng mô hình gồm có:

Dữ liệu và điều kiện tính toán

- Dữ liệu địa hình khu vực nghiên cứu bao gồm: i) Dữ liệu lòng dẫn sông Ninh Cơ được nội suy từ các mặt cắt ngang địa hình với 500 m dọc sông/mặt cắt gồm 139 mặt cắt được đo đạc và bổ sung năm 2017; và (ii) Bản đồ địa hình vùng cửa sông ven biển Ninh Cơ tỉ lệ 1/10.000 (Hình 1).

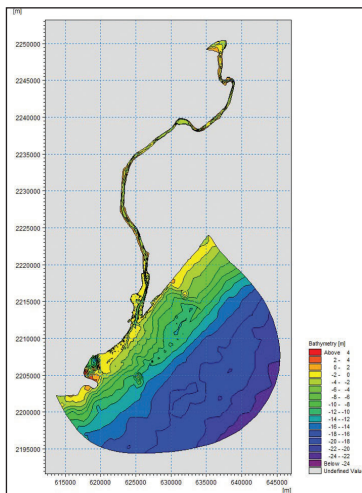
Điều kiện biên tính toán được thiết lập như sau:

+ Biên thượng lưu phía trong sông Ninh Cơ sử dụng số liệu mực nước thực đo tại trạm thủy văn Trực Phương thời gian từ tháng 1 đến tháng 5 năm 2017.

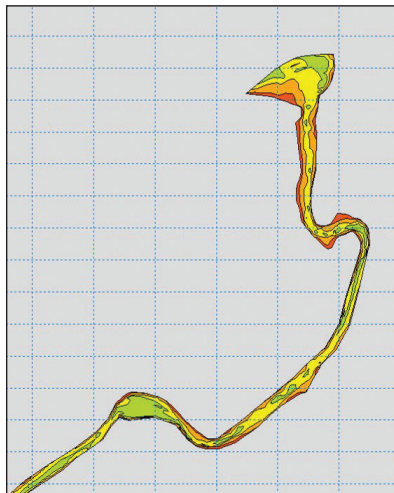
+ Biên mực nước hạ lưu phía ngoài biển được lấy theo số liệu tính toán số liệu tái phân tích để làm biên dưới cho mô hình.

+ Biên nhiệt - muối được lấy theo hằng số với biên dưới độ mặn là 32‰ và biên trên lấy độ mặn là 0‰. Nhiệt độ khu vực biển thiên nhỏ nên lấy nhiệt độ nước trùng với nhiệt độ không khí trung bình tháng tại thời điểm mô phỏng.

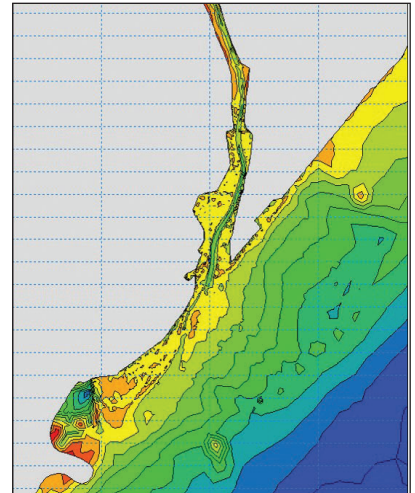
+ Điều kiện ban đầu cho mô hình được thiết lập bằng phương pháp làm nóng mô hình (phương pháp hoststart) với một khoảng thời gian chạy đệm nhất định để mô hình tự dò tìm điều kiện ban đầu thích hợp để ổn định mô hình.



a) Toàn bộ khu vực sông Ninh Cơ



b) Khu vực phía thượng lưu



c) Khu vực phía cửa sông

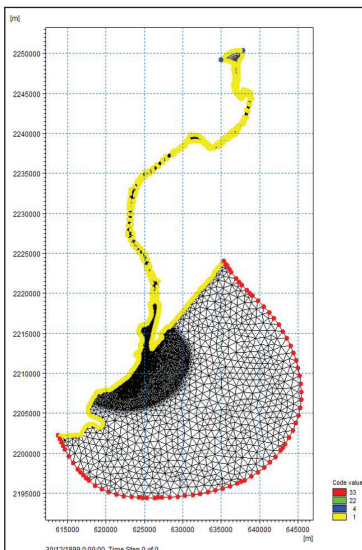
Hình 1. Địa hình khu vực sông Ninh Cơ

3.3. Thiết lập mô hình và đánh giá kết quả tính toán

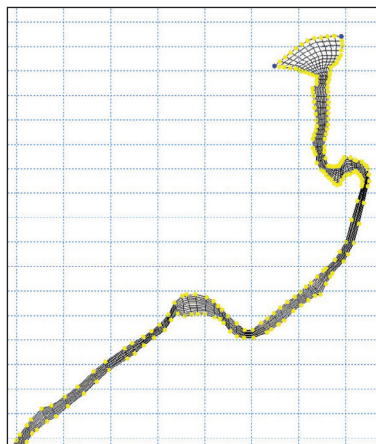
a) Miền và lưới tính cho vùng nghiên cứu

Miền tính toán gồm toàn bộ sông Ninh Cơ và vùng cửa sông tính từ bờ ra ngoài phía biển.

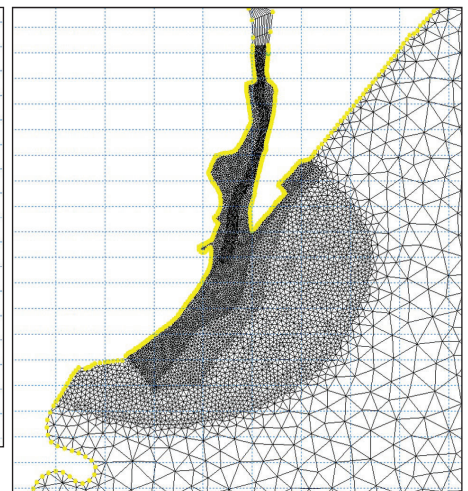
Lưới tính thiết lập cho khu vực trong sông là lưới chữ nhật, vùng cửa sông và ngoài biển sử dụng lưới phi cấu trúc với chiều dài cạnh nhỏ nhất là 60 m và cạnh lớn nhất 500 m ở ngoài biển (Hình 2).



a) Toàn bộ lưới tính



b) Lưới tứ giác
(Khu vực phía thượng lưu)



c) Lưới tam giác
(Khu vực phía cửa sông)

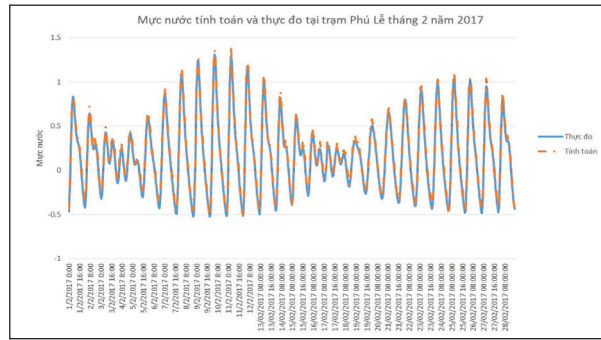
Hình 2. Miền tính và lưới tính khu vực nghiên cứu

b) So sánh kết quả tính toán với số liệu thực tế

Các thông số mô hình đưa vào để tính toán được sử dụng kế thừa từ kết quả nghiên cứu hiệu chỉnh kiểm định mô hình Mike 21FM trong đề tài KC.08.05/16-20 [5].

- Các kết quả tính toán về mực nước được so

sánh với số liệu đo đạc mực nước tại trạm Phú Lễ thời điểm từ ngày 01 - 28/02/2017. Kết quả so sánh được biểu diễn trong Hình 3 và các chỉ tiêu phân tích đánh giá kết quả như trong Bảng 1. Kết quả cho thấy chỉ số Nash đạt trên 90%, chỉ số MSE, RMSE nhỏ, do vậy kết quả tính toán phù hợp với số liệu thực đo.



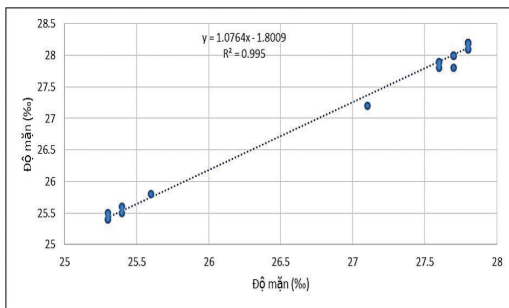
Hình 3. So sánh kết quả tính toán và thực đo mực nước trạm Phú Lễ

Bảng 1. Chỉ tiêu phân tích kết quả so sánh mực nước thực đo và tính toán

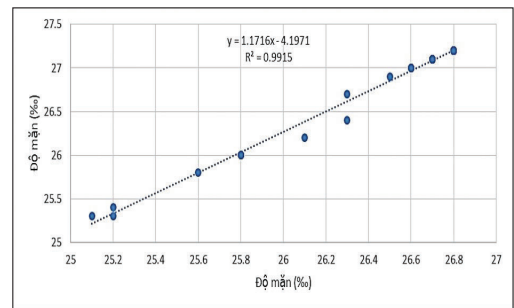
Tên trạm	Chỉ tiêu Nash	Chỉ tiêu MSE	Chỉ tiêu RMSE	Kết quả
Phú Lễ	98,7	0,0023	0,0486	Tốt

- Các kết quả lan truyền mặn được so sánh với kết quả đo đặc độ mặn vào 2 đợt đo là ngày 07/02/2017 và ngày 08/03/2017 tại 10 vị trí từ km 0 (cửa sông) đến km 22 (vào trong sông). Hình 4, 5, 6, 7 biểu thị các so sánh đánh giá tương quan về độ mặn giữa kết quả tính toán

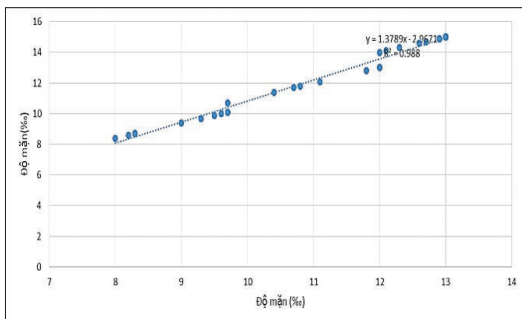
với số liệu thực đo tại một số vị trí như 4 km (từ cửa sông), 8 km (từ cửa sông), 14 km (từ cửa sông) và 18 km (từ cửa sông) (Vị trí điểm trích xuất kết quả mặn để so sánh được lấy trùng với tọa độ các điểm đo đặc độ mặn trong các đợt khảo sát).



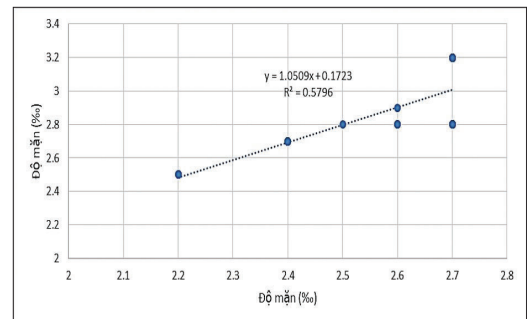
Hình 4. So sánh độ mặn giữa kết quả tính toán và số liệu thực đo tại vị trí 4 km (từ cửa sông)



Hình 5. So sánh độ mặn giữa kết quả tính toán và số liệu thực đo tại vị trí 8 km (từ cửa sông)



Hình 6. So sánh độ mặn giữa kết quả tính toán và số liệu thực đo tại vị trí 14 km (từ cửa sông)

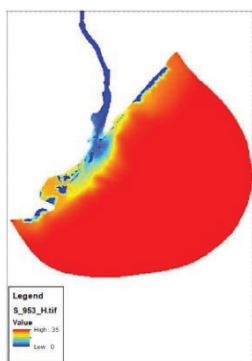


Hình 7. So sánh độ mặn giữa kết quả tính toán và số liệu thực đo tại vị trí 18 km (từ cửa sông)

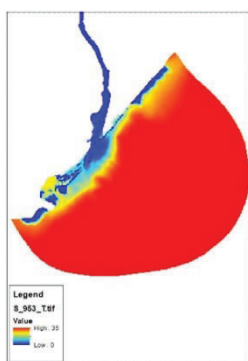
Nhận xét: Kết quả tính toán lan truyền mặn tương đối phù hợp với số liệu đo đặc và xu thế xâm nhập mặn tại khu vực sông

Ninh Cơ, với biên độ chênh lệch độ mặn giữa thực đo và tính toán khoảng 0,15 - 2‰.

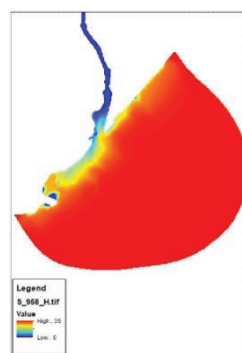
c) So sánh kết quả tính toán với kết quả mô phỏng bằng mô hình MIKE 21FM



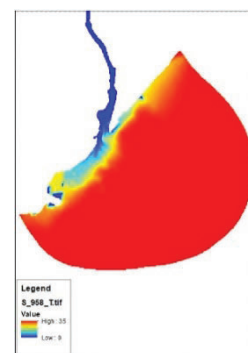
Tính toán bằng mô hình đã xây dựng



Tính toán bằng mô hình MIKE 21FM



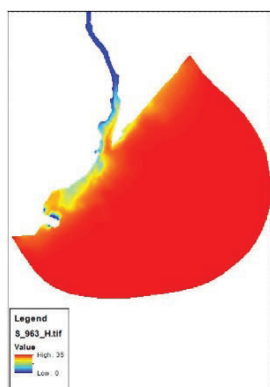
Tính toán bằng mô hình đã xây dựng



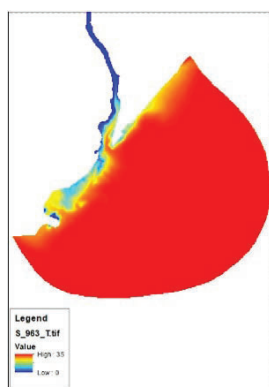
Tính toán bằng mô hình MIKE 21FM

a) Thời điểm chân triều (02/9/2017 5:00:00 PM)

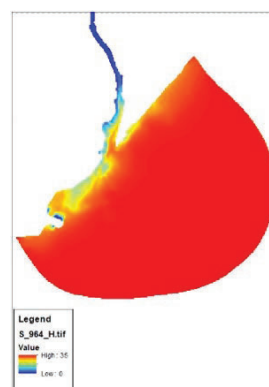
b) Thời điểm sườn triều (02/10/2017 8:00:00 AM)



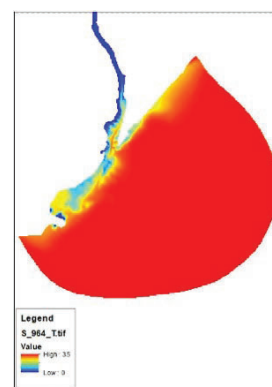
Tính toán bằng mô hình đã xây dựng



Tính toán bằng mô hình MIKE 21FM



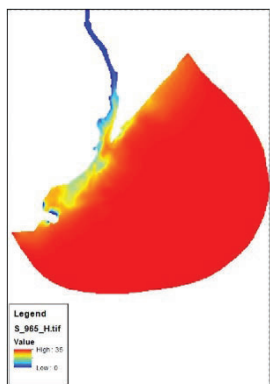
Tính toán bằng mô hình đã xây dựng



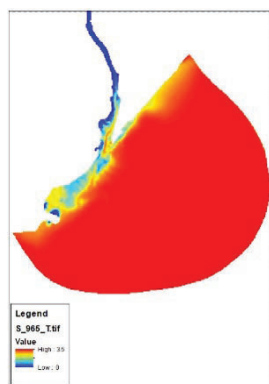
Tính toán bằng mô hình MIKE 21FM

c) Thời điểm đỉnh triều (02/10/2017 3:00:00 PM)

d) Thời điểm sau đỉnh triều 1h (02/10/2017 4:00:00 PM)

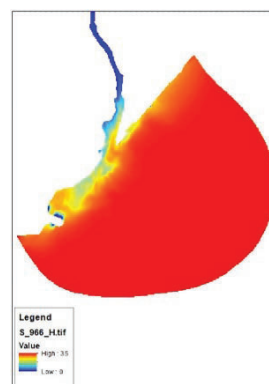


Tính toán bằng mô hình đã xây dựng

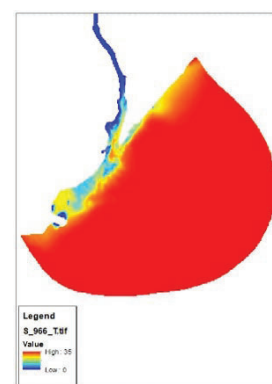


Tính toán bằng mô hình MIKE 21FM

e) Thời điểm sau đỉnh triều 2h (02/10/2017 5:00:00 PM)



Tính toán bằng mô hình đã xây dựng



Tính toán bằng mô hình MIKE 21FM

f) Thời điểm sau đỉnh triều 3h (02/10/2017 6:00:00 PM)

Hình 8. So sánh kết quả tính toán lan truyền mặn bằng mô hình đã xây dựng và bằng mô hình MIKE 21FM

Do kết quả đo đạc, khảo sát chỉ có thể có tại một số vị trí rời rạc trên miền tính toán, nên để có thể có những đánh giá về mô hình đã xây dựng một cách tổng thể, toàn diện hơn, trong nghiên cứu này tiến hành so sánh kết quả tính toán bằng mô hình đã xây dựng với các kết quả tính toán bằng mô hình MIKE 21FM là một mô hình 2D trong bộ mô hình thương mại MIKE của DHI đã được ứng dụng tốt trong nhiều nghiên cứu thực tế trên thế giới cũng như ở Việt Nam. Các kết quả tính toán bằng mô hình MIKE 21FM được kế thừa từ các nghiên cứu trong đề tài cấp Quốc gia KC.08.05/16-20 *“Nghiên cứu đánh giá xu thế diễn biến, tác động của hạn hán, xâm nhập mặn đối với phát triển kinh tế - xã hội vùng đồng bằng sông Hồng - Thái Bình và đề xuất các giải pháp ứng phó”*. Các thông số thủy lực, khuếch tán đưa vào trong chương trình tính được lấy hoàn toàn giống như trong mô hình MIKE 21FM.

Các kết quả tính toán độ mặn bằng mô hình đã xây dựng và bằng mô hình MIKE 21FM được biểu diễn và so sánh tại các thời điểm chân triều, sườn triều, đỉnh triều, sau đỉnh triều 1 giờ, 2 giờ và 3 giờ như trong Hình 8. Trên Hình 8 có thể thấy sự tương đồng về phân bố độ mặn trên miền tính toán của kết quả tính toán bằng chương trình đã xây dựng so với kết quả tính toán bằng mô hình MIKE 21FM. Cả hai kết quả tính toán đều cho thấy khi thủy triều lên, mặn sẽ được lan truyền dần vào trong sông, đến thời điểm sau đỉnh triều khoảng 1 giờ mặn được lan truyền vào sâu trong sông nhất, sau đó mặn lại được đẩy dần ra phía ngoài cửa sông khi thủy triều rút xuống.

Thêm vào đó, qua các Hình 8 c, d, e, f có thể thấy trong cả hai kết quả tính toán, mặn được truyền vào trong sông đi theo hướng sát bờ phải tính từ cửa sông Ninh Cơ chảy vào. Điều này cũng phù hợp với điều kiện thực tế tại sông

Ninh Cơ, nguyên nhân là do hướng nước biển đổ vào cửa sông Ninh Cơ theo hướng Đông Nam (hướng về phía bờ phải).

4. Kết luận

Mô phỏng dòng chảy và lan truyền mặn ở các vùng cửa sông, ven biển là một bài toán phức tạp, không thể giải bằng giải tích. Vì vậy việc nghiên cứu giải số và xây dựng chương trình tính có kết quả phù hợp với thực tế và phương pháp giải ổn định, hiệu quả là hết sức cần thiết.

Phương pháp được đề xuất trong nghiên cứu này cho bài toán nước nông 2 chiều là xác định điều kiện đầu bên trái và bên phải biên giao giữa 2 phần tử lưới, xây dựng công thức thủy tĩnh (trong Bước 4), và sử dụng phương pháp HLLC (trong Bước 5) để tính thông lượng cho bài toán Riemann. Thuật toán này giúp tính nghiệm xấp xỉ ổn định, thỏa mãn điều kiện cân bằng ngay cả khi xét trường hợp có trạng thái rắn - lỏng cho 2 phần tử lưới liền kề. Đây cũng chính là điểm khác biệt của mô hình đã xây dựng so với mô hình Mike 21FM (sử dụng thuật toán Roe [4, 6]). Thêm vào đó, bài báo còn trình bày phương pháp sơ đồ thể tích hữu hạn sai phân tiến để giải xấp xỉ nghiệm của bài toán lan truyền mặn (trong Bước 7) kết hợp thành phần vận tốc dòng chảy được xác định trong bài toán nước nông 2D.

Trên cơ sở phương pháp giải số đã được xây dựng, một chương trình mã nguồn mở viết bằng ngôn ngữ C++ đã được xây dựng và tính toán thử nghiệm với điều kiện thực tế là sông Ninh Cơ (Nam Định). Các kết quả tính toán bằng chương trình được kiểm nghiệm với các kết quả khảo sát, đo đạc về mực nước và độ mặn và so sánh với các kết quả tính toán bằng mô hình MIKE 21FM cho thấy chương trình đã xây dựng đã giải quyết tương đối tốt bài toán thủy động lực và lan truyền mặn hai chiều trong điều kiện sông ngòi thực tế.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được sự hỗ trợ bởi Đề tài nghiên cứu của Viện Nghiên cứu Cao cấp về Toán “Xây dựng mô hình toán học tích hợp và phần mềm đánh giá xâm nhập mặn vùng Đồng bằng sông Cửu Long”, mã số B2018-VNCCCT-02.

Tài liệu tham khảo

Tài liệu tiếng Việt

1. Hồ Việt Cường, *Nghiên cứu đánh giá xu thế diễn biến, tác động của hạn hán, xâm nhập mặn đối với phát triển kinh tế - xã hội vùng đồng bằng sông Hồng - Thái Bình và đề xuất các giải pháp ứng phó*, Báo cáo tổng kết đề tài KC.08.05/16-20.
2. Lương Tuấn Anh, Nguyễn Hoàng Minh (2006), "Một thuật toán hiệu quả giải hệ phương trình sóng động lực 2 chiều ngang", *Tạp chí nông nghiệp và công nghiệp thực phẩm*, 3.
3. Nguyễn Hữu Khải, Nguyễn Tiền Giang (2003), "Nghiên cứu ứng dụng mô hình 2 chiều tính toán biến dạng lòng dẫn", *Tạp chí Khí tượng Thủy văn*, 512, 8-15.

Tài liệu tiếng Anh

4. A. Bermudez, M.E. Vazquez (1994), *Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms*, Computers & Fluids 23, 1049-1071.
5. A.I. Delis, I.K. Nikolos, M. Kazolea (2011), *Performance and comparison of cellcentered and nodecentered unstructured finite volume discretizations for shallow water free surface flows*, Archives of Computational Methods in Engineering 18, 57-118.
6. E. Toro, M. Spruce, W. Speares (1994), *Restoration of the contact surface in the HLL Riemann solver*, Shock Waves 4 (1994), 25-34.
7. Godunov SK. (1959), *A finite difference method for the numerical computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics*. Mat Sb 47:357.
8. Jawahar P. and H. Kamath, (2000), "A high-resolution procedure for Euler and Navier Stokes computations on unstructured grids", *Journal Comp. Physics*, 164, 165-203.
9. Liang Q, Borthwick AGL. (2009), *Adaptive quadtree simulation of shallow flows with wet-dry fronts over complex topography*. Comput Fluids; 38(2): 221-34.
10. L. Song, J. Zhou, J. Guo, Q. Zou, Y. Liu (2011), *A robust well-balanced finite volume model for shallow water flows with wetting and drying over irregular terrain*, Advances in Water Resources 34, 915-932.
11. Q. Liang, F. Marche (2009), *Numerical resolution of well-balanced shallow water equations with complex source terms*, Advances in Water Resources 32, 873-884.
12. Roe, P. L. (1981), "Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes", *Journal of Computational Physics*, 43, 357-372.
13. T.R. Bussing, E.M. Murmant, (1988), "Finite-volume method for the calculation of compressible chemically reacting flows", *AIAA Journal* 26, 1070-1078.
14. Yoon TH, Kang SK. (2004), "Finite volume model for two-dimensional shallow water flows on unstructured grids", *ASCE J Hydr Eng*; 130(7): 678-88.
15. <http://www.vncold.vn/Web/Content.aspx?distid=1019>.
16. MIKE 21 & MIKE 3 Flow model FM. Hydodynamic and transport module. Scientific documentation.

Phụ lục 1:

Bước 1: Xác định bước thời gian tính toán

Điều kiện Courant - Friedrichs - Lewy [16] được sử dụng để xác định bước thời gian tính toán:

$$\Delta t = CFL \min \left(\frac{R_i}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2} + \sqrt{gh_i}} \right) \quad (8)$$

Trong đó R_i là khoảng cách nhỏ nhất từ trọng tâm đến cạnh của $T_i \in T_h$.

Bước 2: Cập nhật giá trị vector (q_x^n, q_y^n) phụ thuộc vào ma sát

$$\hat{q}_x^{n+1} = \hat{q}_x^n + \Delta t \frac{S_{fx}^n}{1 + \Delta t \left(\frac{\partial S_{fx}}{\partial q_x} \right)^n} \quad \hat{q}_y^{n+1} = \hat{q}_y^n + \Delta t \frac{S_{fy}^n}{1 + \Delta t \left(\frac{\partial S_{fy}}{\partial q_y} \right)^n} \quad (9)$$

Bước 3: Xác định giá trị vector $q_M^{L,n}$ tương ứng tại cạnh e của lưới T_i có trung điểm M

$$q_{M_k}^{L,n} = q_i^n + \nabla q_i^n \cdot \mathbf{r}_{i,M_k} \quad (10)$$

Bước 4: Xây dựng lại độ sâu (h_M^L, h_M^R) để thỏa mãn điều kiện cân bằng C-property [9].

$$h_M^L = \max(0, \eta_M^L - \max(z_{b_M}^L, z_{b_M}^R)), \quad h_M^R = \max(0, \eta_M^R - \max(z_{b_M}^L, z_{b_M}^R)) \quad (11)$$

Bước 5: Tính xấp xỉ $F_k(q) \cdot \mathbf{n}_k$ và $F_{1,k}(q) \cdot \mathbf{n}_k$ trong (6)

Lưu lượng $F_k(q) \cdot \mathbf{n}_k$ được xác định bằng phương pháp HLLC [11] bằng công thức sau:

$$F_k(q) \cdot \mathbf{n}_k = \begin{cases} \mathbf{F}^L & \text{nếu } 0 \leq S^L, \\ \mathbf{F}_*^L & \text{nếu } S^L < 0 \leq S^M, \\ \mathbf{F}_*^R & \text{nếu } S^M < 0 \leq S^R, \\ \mathbf{F}^R & \text{nếu } S^R < 0. \end{cases} \quad (12)$$

Trong đó cách tính vector F^L, F_*^L, F_*^R, F^R được trình bày chi tiết trong [13].

Tiếp theo, thông lượng $F_{1,k}(q) \cdot \mathbf{n}_k$ được tính xấp xỉ bằng công thức sau:

$$F_{1,k}(q) \cdot \mathbf{n}_k = \begin{pmatrix} \frac{A_{ijk}}{d_{ijk}} (u_{jk} - u_i) l_k n_{M_k x} + \frac{A_{ijk}}{2d_{ijk}} [(u_{jk} - u_i) n_y + (v_{jk} - v_i) n_x] l_k \\ \frac{A_{ijk}}{d_{ijk}} (v_{jk} - v_i) l_k n_{M_k y} + \frac{A_{ijk}}{2d_{ijk}} [(u_{jk} - u_i) n_y + (v_{jk} - v_i) n_x] l_k \end{pmatrix} \quad (13)$$

Bước 6: Tính xấp xỉ tích phân $\int_{T_b} S_b(q^n) dT, \int_{T_\rho} S_\rho(h^n, \rho^n) dT$

$$F_{S_b M_k}(q) = \begin{pmatrix} \frac{-n_x g(h_{M_k}^L + h_i)(z_{b M_k} - z_{b i})}{2} \\ \frac{-n_y g(h_{M_k}^L + h_i)(z_{b M_k} - z_{b i})}{2} \end{pmatrix}, \quad F_{S_\rho M_k}(h, \rho) = \frac{g h_i^2}{2\rho_0} \begin{pmatrix} \frac{\rho_i \rho_{jk}}{2} l_k n_x \\ \frac{\rho_i^n + \rho_{jk}}{2} l_k n_y \end{pmatrix} \quad (14)$$

Bước 7: Tính độ mặn s

Sơ đồ thể tích hữu hạn tiến được sử dụng để xấp xỉ độ mặn s_i^{n+1} dựa trên phương trình (2):

$$s_i^{n+1} = s_i^n - \frac{\Delta t^n}{|T_i|} \sum_{k=1}^3 l_k (u_{ijk}^n n_x + v_{ijk}^n n_y) s_{ijk}^n - l_k S_{ijk}^n \cdot \mathbf{n}_k, \quad (15)$$

$$u_{ijk}^n = \frac{u_i^n + u_{jk}^n}{2}, v_{ijk}^n = \frac{v_i^n + v_{jk}^n}{2},$$

$$s_{ijk}^n = \begin{cases} s_i^n & \text{nếu } u_{ijk}^n n_x + v_{ijk}^n n_y \geq 0, \\ s_{jk}^n & \text{các trường hợp còn lại,} \end{cases}$$

$$S_{ijk}^n = \begin{bmatrix} \frac{D_{h,ijk}}{2d_{ijk}} (s_k^n - s_i^n) l_k n_x \\ \frac{D_{h,ijk}}{2d_{ijk}} (s_k^n - s_i^n) l_k n_y \end{bmatrix}, \quad D_{h,ijk} = \frac{D_{h,i} + D_{h,jk}}{2}, \quad D_{h,i} = \frac{A_i}{\sigma T}, \quad D_{h,jk} = \frac{A_{jk}}{\sigma T}$$

RESEARCH TO DEVELOP A TWO-DIMENSIONAL (2D) PROGRAM FOR SALINE INTRUSION SIMULATION

Nguyen Duc Hanh⁽¹⁾, Ong Thanh Hai⁽²⁾, Le Anh Ha⁽²⁾,
Tran Ngoc Anh⁽¹⁾, Nguyen Huu Du⁽³⁾

⁽¹⁾VNU University of Science

⁽²⁾VNUHCM-University Of Science

⁽³⁾Viet Nam Institute for Advanced Study in Mathematics

Received: 30/11/2020; Accepted: 28/12/2020

Abstract: *The article presents in details the numerical method for solving the salinity transport problems in the conditions of actual river system based on the 2D shallow water equation and the convection diffusion one. The method is applied to simulate the salinity intrusion in the Ninh Cơ river (Nam Định province). In this method, the finite volume method combined with HLLC method (Harten - Lax - Van Leer - Contact) were employed to compute the fluxes of the Riemann problems. Its approximate solution helped the estimation of the stability, meeting the balancing condition including in the wetting-drying cases for 2 adjacent grid elements. Based on that, the program calculated the open source code written by the C++ program. Comparing calculated results and observed ones, actual measurements in the Ninh Cơ river and the simulated results by the MIKE 21FM showed that the model is applicable to simulate the 2-dimensional salinity spread problem in actual river conditions.*

Keywords: Two-dimensional model, Hydrodynamics, saline intrusion.