

QUAN SÁT TƯ DUY ĐẠI SỐ CỦA HỌC SINH TỪ GÓC NHÌN CỦA GIÁO VIÊN TOÁN TƯƠNG LAI

NGUYỄN HỮU NHANH TIẾN^{1,*}, NGUYỄN THỊ DUYỀN^{2,**}

¹Trường THPT Thuận Hóa

²Khoa Toán học, Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế

*Email: nguyennhuunhanhtien@gmail.com

**Email: nguyenthiduyendhsp@gmail.com

Tóm tắt: Quan sát THDH là một chủ đề thu hút sự quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu giáo dục từ những năm 70 của thế kỷ hai mươi. Với mục đích học để dạy từ những thực hành dạy học (THDH), quan sát THDH đóng vai trò quan trọng trong các chương trình đào tạo giáo viên (GV). Sự phong phú trong kinh nghiệm dạy học tích lũy được tùy thuộc vào mức độ GV tương lai nhìn nhận và lý giải bản chất ẩn chứa bên dưới những sự kiện diễn ra trong các THDH. Nghiên cứu này tập trung tìm hiểu hoạt động quan sát tư duy đại số của học sinh (HS) thông qua tiếp cận video của giáo viên toán tương lai (GVTTTL) làm cơ sở để đề xuất một số định hướng nhằm hỗ trợ GVTTTL học để dạy thông qua hoạt động quan sát THDH của bản thân và đồng nghiệp.

Từ khóa: Quan sát tư duy toán học, tư duy đại số, thực hành dạy học.

1. MỞ ĐẦU

Tiếp cận lý thuyết về dạy học toán và trải nghiệm thực tế là hai hoạt động cơ bản trong chương trình đào tạo GV toán. Trong khi lý thuyết dạy học toán soi đường cho GVTTTL tiến hành hoạt động THDH, các trải nghiệm thực tế hỗ trợ họ kết nối lý thuyết dạy học toán được trang bị ở trường sư phạm và thực tế dạy học toán ở trường phổ thông. Vì thế, Manouchehri và Enderson (2003) cho rằng ngoài việc trang bị cho GVTTTL hệ thống lý thuyết về dạy học, các chương trình đào tạo GV toán cần tập trung vào việc giúp GVTTTL tiếp cận tầm nhìn mới về bản chất của việc dạy học hiệu quả môn toán bằng cách hỗ trợ họ phát triển những kỹ năng quan sát và phân tích cần thiết để không ngừng tìm hiểu và phản ánh về các THDH. Trong đó, quan sát và phân tích THDH được xem là kỹ năng nghề nghiệp tiên quyết để đảm bảo cho GVTTTL có thể tiếp cận với các THDH theo định hướng đổi mới (Sherin và van Es, 2005). Thông qua quan sát và phản ánh về các THDH đó, GVTTTL có thể hình dung về một THDH hiệu quả và tự tiến hành những THDH tương tự trong tương lai.

Xu hướng sử dụng video trong đào tạo GV toán bắt đầu từ những năm 60 của thế kỷ 20 kể từ khi phương pháp dạy học vi mô được đưa vào các khóa học cho sinh viên các trường sư phạm (Koh, 2015). Mục đích của việc sử dụng tiếp cận dạy học vi mô là giúp các GV tương lai phát triển các kỹ năng dạy học thông qua việc phân tích và phản ánh về các bài học được ghi hình lại. Tiếp cận với video về dạy học GV tương lai sẽ được tạo cơ hội để tiếp cận một chủ đề toán học cụ thể với tư cách là người học, sau đó họ sẽ được cung cấp

các video dạy học về chủ đề đó. Hình thức này thường được sử dụng trong các chương trình gặp mặt trực tiếp hoặc trên các diễn đàn thảo luận trực tuyến nhờ sự hỗ trợ của các công cụ đa phương tiện. Trong những năm gần đây, với sự phát triển của công nghệ trực tuyến, các nhà nghiên cứu đã tạo ra các thư viện video về dạy học để GV có thể dễ dàng truy cập. Các công cụ phân tích video về các trích đoạn dạy học cũng được phát triển để hỗ trợ cộng đồng GV và GV tương lai quan sát và phản ánh về hoạt động dạy học diễn ra trong các bối cảnh cụ thể.

Đặc biệt trong những năm gần đây, các nhà giáo dục tập trung nghiên cứu khả năng quan sát tư duy toán học của HS của GVTTL và tìm kiếm các công cụ để hỗ trợ GVTTL phát triển kỹ năng này (Jacobs, Lamb và Philipp, 2010); Llinares và Valls; 2010; Sherin và van Es, 2005; Star và Strickland, 2008). Tuy nhiên, ở nước ta hầu như chưa có nghiên cứu nào đề cập đến chủ đề quan sát tư duy đại số của HS sau khi quan sát video dưới góc nhìn của các GVTTL. Đây là một hướng nghiên cứu mở ra cơ hội đổi mới chương trình và cách thức đào tạo GV trong tương lai.

2. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Quá trình quan sát tư duy toán học của học sinh bằng tiếp cận video

2.2.1. Tiếp cận video

Sự phát triển của công nghệ thông tin và truyền thông trong những thập niên gần đây là đòn bẩy giúp giáo dục nói chung và giáo dục toán nói riêng phát triển. Sự kết nối giữa các GV (GV) cùng một trường và nhiều trường khác nhau qua các hình thức học trực tuyến hoặc các diễn đàn trao đổi chuyên môn đã tạo ra cộng đồng học tập để GV chia sẻ những kinh nghiệm dạy học và giúp họ phát triển hiểu biết về việc dạy học có hiệu quả. Theo trào lưu đó, các video về dạy học cũng được xem là phương tiện chứa đựng các trải nghiệm về hoạt động dạy học được chia sẻ giữa cộng đồng GV toán và các nhà nghiên cứu giáo dục toán. Video về các trích đoạn dạy học được xem là tiêu điểm trong các buổi thảo luận khám phá tính hiệu quả của các THDH và nhận được sự ủng hộ rộng rãi của các nhà nghiên cứu giáo dục trên thế giới. Các video dạy học điển hình sẽ giúp định vị được hoạt động dạy học thông qua việc lưu lại hình ảnh chân thực về sự thể hiện của GV và HS trong bối cảnh dạy học cụ thể. Chúng sẽ là công cụ hữu ích để giúp GV phản ánh một cách hiệu quả về việc học và tư duy của HS gắn liền với nội dung dạy học cụ thể. Ở đó GV có thể thoải mái thảo luận với đồng nghiệp về việc chỉnh sửa, cải tiến các THDH trong một môi trường học tập hợp tác với mục đích là để cùng nhau tiến bộ. Không chỉ có các GV mà GV tương lai cũng có thể phát triển hiểu biết về việc dạy học thông qua việc quan sát và phân tích video trong các khóa học kèm theo hoạt động đánh giá định hình (Koh, 2015).

Theo Sherin (2004), việc sử dụng tiếp cận video trong hoạt động đào tạo GV bắt nguồn từ sự chuyển đổi của lý thuyết dạy học và sự bùng nổ của công nghệ thông tin. Sherin (2004) cho rằng việc chuyển đổi quan niệm về dạy học từ thuyết hành vi sang thuyết nhận thức đã làm thay đổi nhận thức của các nhà giáo dục về vai trò của video trong việc thúc đẩy kiến thức dành cho việc dạy học của GV tương lai. Bên cạnh đó, sự phát triển của

khoa học công nghệ và truyền thông mang đến cơ hội cho việc tạo ra các phương tiện hữu hiệu phục vụ cho việc học của GV và GV tương lai. Chính sự chuyển đổi quan niệm trong các lý thuyết dạy học và sự phát triển của khoa học kỹ thuật đã làm cho video ngày càng có vai trò quan trọng trong hoạt động phát triển nghiệp vụ sư phạm cho GV toán nói chung và đào tạo GV toán ở các trường sư phạm nói riêng.

2.2.2. Tư duy đại số

Theo một số nhà nghiên cứu giáo dục, tư duy đại số là thuật ngữ có nghĩa rộng hơn và khác về cơ bản với hiểu biết về đại số. Các nhà giáo dục đã đưa ra các định nghĩa khác nhau về tư duy đại số. Tư duy đại số có thể được hiểu là “việc sử dụng các loại biểu diễn để xử lý các tình huống định lượng theo một mối liên hệ nào đó”. Một định nghĩa khác về tư duy đại số là “khả năng làm việc với các đại lượng chưa biết như thể số lượng đã biết”. Đây là loại tư duy trái ngược với tư duy số học khi suy luận số học chỉ liên quan đến hoạt động với những đại lượng đã biết. Tư duy đại số cũng có thể được coi là “khả năng biểu diễn các tình huống định lượng để mối liên hệ giữa các biến trở nên rõ ràng” (Alghtani và Abdulhamied, 2010).

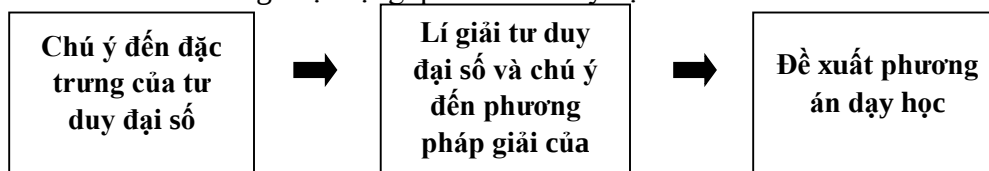
Theo Radford (2006), tư duy được hình thành như một hình thức phản ánh và hành động đó là đồng thời vật chất và ý tưởng. Mặc dù các biểu tượng chữ và số hiện đại tạo thành một hệ thống ký hiệu học rất mạnh mẽ nhưng chúng chưa thể đặc trưng cho tư duy đại số. Trong chương trình nghiên cứu ở Canada, tác giả xem xét sự phát triển tư duy đại số của HS tiểu học qua các bài toán khái quát hóa mẫu hình từ một cách tiếp cận lịch sử văn hóa. Từ đó, ông thấy rằng tư duy đại số không chỉ dừng đến ngôn ngữ để diễn đạt, mà còn là sự kết hợp tuyệt vời của cử chỉ, nhịp điệu, trí tưởng tượng, cơ thể, các phương thức giác quan... để tìm ra công thức đại số trong hoạt động mẫu hình. Quá trình kết hợp các yếu tố dấu hiệu học như ngôn từ, cử chỉ, ký hiệu... của HS khi thảo luận để tìm ra lời giải bài toán khái quát hóa mẫu hình được Radford gọi là quá trình khách quan hóa. Chịu ảnh hưởng của thuyết kiến tạo xã hội của Vygotsky, tư duy theo Radford không chỉ đơn thuần là khía cạnh nhận thức của trí tuệ, mà còn thể hiện qua các khía cạnh bên ngoài như ngôn từ, hành động, cử chỉ...

Theo Radford (2008), điều cốt lõi nhất của tư duy đại số không phải là làm việc trên các ký hiệu hình thức mà chính là ý tưởng khái quát hóa từ những trường hợp cụ thể. Các ký hiệu và biểu thức không làm nên tư duy đại số mà chính là khả năng trừu tượng hóa và khái quát hóa từ các kết quả và trường hợp cụ thể (Cai và các cộng sự, 2005). Chẳng hạn, thông qua quá trình làm việc với các đồ vật cụ thể, chương trình Davydov đã giúp người học phát triển hiểu biết về sự đo lường thông qua việc so sánh các đồ vật mà các em gặp trong cuộc sống hàng ngày như thanh kẹo sô cô la hoặc cốc nước trái cây của bản thân với thanh kẹo sô cô la hoặc cốc nước trái cây của bạn bè hay của anh chị em. Từ hoạt động so sánh đó người học hình thành khái niệm lớn hơn và bé hơn. Chương trình Davydov cũng chỉ ra rằng học sinh kiến tạo tính giao hoán của phép cộng thông qua việc chỉnh sửa liên tiếp quá trình so sánh các đại lượng khi được yêu cầu tìm kết quả của việc thêm đại lượng A vào đại lượng B hoặc ngược lại. Điều đó cho thấy, tư duy đại số không chỉ giúp người học giải quyết các vấn đề cụ thể mà còn hỗ trợ các em suy nghĩ về toán ở

mức độ trừu tượng cao hơn thông qua các hoạt động trí tuệ đặc trưng cho quá trình học toán là đặc biệt hóa, trừu tượng hóa và khái quát hóa để “sáng tạo” nên kiến thức toán cho chính bản thân người học (Alghtani và Abdulhamied, 2010).

2.2.3. Quy trình quan sát tư duy đại số của học sinh của giáo viên toán tương lai

Dựa vào các bước trong hoạt động quan sát tư duy toán học của HS được mô tả bởi Jacobs, Lamb và Philipp (2010) và các đặc trưng của tư duy đại số do Walkoe (2015) đưa ra, chúng tôi đề xuất các bước trong hoạt động quan sát tư duy đại số của GVTTTL như hình 1.



Hình 1. Quy trình quan sát tư duy đại số của HS

Chú ý đến các đặc trưng của tư duy đại số: GVTTTL cần chú ý đến các hoạt động đặc trưng cho tư duy đại số của người học. Cụ thể, GVTTTL cần chú ý đến các hoạt động của HS:

- Sắp xếp thông tin: Khả năng sắp xếp thông tin theo một cách hữu ích cho việc khám phá mẫu hình, mối quan hệ, quy luật xác định chúng;
- Dự đoán mẫu hình: Khả năng khám phá và hiểu được ý nghĩa của tính chính quy (tính lặp lại) trong một tình huống cho trước;
- Khoanh vùng thông tin: Khả năng tìm kiếm các đoạn thông tin lặp lại cho phép phát hiện ra cách mà mẫu hình hình thành;
- Đa biểu diễn: Khả năng sử dụng nhiều kiểu biểu đạt khác nhau của cùng một kiến thức để giải quyết vấn đề;
- Mô tả một quy luật: Khả năng mô tả các bước của một quy trình (rõ ràng hoặc truy hồi) mà không cần những giá trị đầu vào cụ thể;
- Mô tả thay đổi: Khả năng mô tả sự thay đổi trong một mối quan hệ hàm giữa các biến;
- Biện minh một quy tắc: Giải thích, biện minh tại sao một quy tắc là hợp lý cho trường hợp tổng quát.

Muốn có hiểu được tư duy đại số gắn liền với thể hiện của HS, GVTTTL phải chú ý đến các đặc trưng của tư duy đại số xuất hiện trong bài làm của HS. Điều đó có nghĩa là họ phải chú ý đến cách thức HS suy nghĩ, đặc biệt là cách thức các em chỉ ra mối liên hệ giữa các đại lượng xuất hiện trong bài toán để đi đến phương án giải quyết vấn đề. GV cần chú ý đến các hoạt động trí tuệ đặc trưng cho quá trình làm việc trên các đại lượng chưa biết của HS như đặc biệt hóa, sử dụng đa dạng các loại biểu đạt, tìm kiếm quy luật, quy nạp, trừu tượng hóa và khái quát hóa...

Lí giải tư duy đại số và chú ý đến phương pháp giải quyết vấn đề của HS: Quá trình quan sát tư duy đại số của HS không dừng lại ở việc chú ý đến các yếu tố toán học trong các phương án giải quyết vấn đề của HS mà còn phải giải thích hiểu biết toán, hoạt động

tư duy đại số gắn liền với các phương án giải quyết vấn đề mà HS đưa ra. Bằng việc xác định phạm vi hiểu biết của HS, GVTTTL cần lí giải và so sánh các phương án giải quyết vấn đề mà HS đưa ra.

Đề xuất phương án dạy học đáp ứng với hiểu biết toán học của HS: Đề ra cách thức đáp ứng hay phương án dạy học phù hợp dựa trên cơ sở về tư duy đại số của HS. GVTTTL có thể có rất nhiều lựa chọn khi đề xuất cách thức dạy học đáp ứng tư duy đại số của HS. Tuy nhiên, lựa chọn đó phải phù hợp với những gì mà họ lí giải về hiểu biết toán học hiện tại của người học.

Dựa vào các tiêu chí để kiểm tra mức độ hiệu quả trong từng bước của hoạt động quan sát tư duy toán học của HS được mô tả bởi Jacobs, Lamb và Philipp (2010), chúng tôi đề xuất thang mức để đánh giá mức độ hiệu quả của các bước trong hoạt động quan sát tư duy đại số của GVTTTL. Tiêu chí đánh giá hoạt động quan sát tư duy đại số được mô tả ở bảng 1:

Bảng 1. Thang mức đánh giá các bước quan sát tư duy đại số của HS

Các bước	Mức độ		
	Mức 3 (Đầy đủ minh chứng)	Mức 2 (Chưa đủ minh chứng)	Mức 1 (Không có minh chứng)
Chú ý đến các đặc trưng của tư duy đại số	Mô tả một cách rõ ràng các đặc trưng của tư duy đại số ẩn chứa dưới các bài làm của HS như là sắp xếp thông tin, dự đoán mẫu hình, khoanh vùng thông tin, đa biểu diễn, mô tả quy luật, mô tả thay đổi, biện minh một quy tắc.	Có chú ý mô tả các đặc trưng của tư duy đại số ẩn chứa dưới các bài làm của HS	Không mô tả được các đặc trưng của tư duy đại số ẩn chứa dưới các bài làm của HS như là sắp xếp thông tin, dự đoán mẫu hình, khoanh vùng thông tin, đa biểu diễn, mô tả quy luật, mô tả thay đổi, biện minh một quy tắc.
Lí giải tư duy đại số và chú ý đến phương pháp giải quyết vấn đề của HS.	Làm rõ cách thức suy nghĩ liên quan đến các hoạt động tư duy đại số của HS. Kiểm tra về tính đúng đắn của các phương án giải quyết vấn đề của HS, đồng thời chỉ ra được cơ sở toán học trong các phương án giải quyết vấn đề của HS	Thiếu rõ ràng hay còn mập mờ trong việc làm rõ cách thức suy nghĩ liên quan đến các hoạt động tư duy đại số của HS. So sánh, kiểm tra được các phương án giải của HS nhưng chưa đầy đủ và thiếu cơ sở toán học.	Không hiểu hoặc hiểu sai về cách thức suy nghĩ liên quan đến các hoạt động tư duy đại số của HS. Không kiểm tra, so sánh được các phương án giải quyết vấn đề của HS hoặc so sánh không căn cứ trên cơ sở toán học.
Đề xuất cách thức đáp ứng hiểu biết toán học của HS	Đề ra cách thức đáp ứng hay phương án dạy học phù hợp dựa trên cơ sở là hoạt động tư duy đại số của HS.	Đề ra được cách thức đáp ứng hay phương án dạy học nhưng lại thiếu sự giải thích rõ ràng về cơ sở cho việc đưa ra đề xuất đó.	Không đề ra được phương án dạy học hoặc phương án dạy học đề ra không phù hợp với kiến thức, hoạt động tư duy đại số của HS.

2.3. Đáp ứng của giáo viên toán tương lai với việc quan sát tư duy đại số của HS

Để thu thập dữ liệu về hoạt động quan sát tư duy đại số của HS của GVTTT, chúng tôi đã yêu cầu sáu GVTTT lần lượt xem đoạn phim tư liệu về từng trích đoạn dạy học. Sau khi xem xong từng trích đoạn dạy học chúng tôi yêu cầu họ phản ánh về hoạt động THDH đó trong các phiếu học tập. Chúng tôi sẽ dựa vào kết quả phản ánh của các GVTTT cùng với các tiêu chí đánh giá đã đưa ra để kiểm tra hiểu biết của GVTTT về tư duy đại số của HS. Chúng tôi cũng đã phỏng vấn 6 GVTTT để tìm hiểu về những trải nghiệm thực tế cùng với những thuận lợi và khó khăn mà các GVTTT đã gặp phải khi quan sát tư duy đại số của HS. Trong khuôn khổ bài viết này chúng tôi chỉ trích dẫn đáp ứng của GVTTT về trích đoạn dạy học liên quan đến chủ đề tìm số hạng tổng quát của dãy số cho dưới dạng công thức truy hồi để phân tích thể hiện của GVTTT với hoạt động quan sát tư duy đại số của HS.

Bài toán: (Trích đoạn video)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi công thức sau: $\begin{cases} u_1 = 2; \\ u_{n+1} = \frac{1}{9}(u_n + 2\sqrt{4u_n + 1} + 2) \end{cases}$. Tính u_{2018} .

Bảng 2. Dự đoán thể hiện tư duy đại số của HS

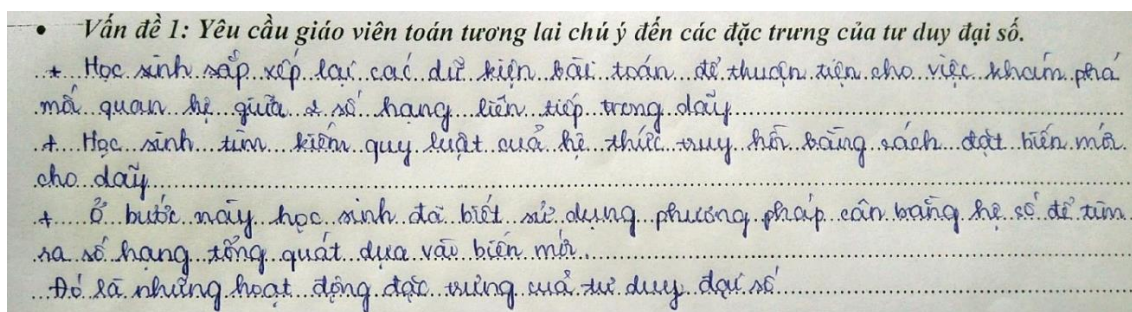
Phương án giải quyết bài toán của HS	Cơ sở toán học (đặc trưng của tư duy đại số) thể hiện như thế nào?
Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2; \\ u_{n+1} = \frac{1}{9}(u_n + 2\sqrt{4u_n + 1} + 2) \end{cases} \quad (1)$ $(2) \Leftrightarrow 4u_{n+1} = \frac{1}{9}(\sqrt{4u_n + 1} + 4)^2 - 1$ $\Leftrightarrow (\sqrt{4u_{n+1} + 1})^2 = \frac{1}{9}(\sqrt{4u_n + 1} + 4)^2 \quad (3)$ Đặt $t_n = \sqrt{4u_n + 1}$ với $t_n \geq 0$ $(3) \Leftrightarrow t_{n+1} = \frac{1}{3}t_n + \frac{4}{3}$ Đặt $v_n = t_n - 2$ thế vào dãy trên ta được: $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$ $\Rightarrow (v_n)$ là một cấp số nhân với số hạng đầu $v_1 = 1$ và công bội bằng $\frac{1}{3}$.	Hoạt động tìm kiếm quy luật khi tìm kiếm phương án giải quyết bài toán. Bước 1: $(2) \Leftrightarrow 4u_{n+1} = \frac{1}{9}(\sqrt{4u_n + 1} + 4)^2 - 1$ $\Leftrightarrow (\sqrt{4u_{n+1} + 1})^2 = \frac{1}{9}(\sqrt{4u_n + 1} + 4)^2$ Sắp xếp các dữ liệu của bài toán cho việc khám phá mối quan hệ giữa 2 số hạng liên tiếp trong dãy. Bước 2: Đặt $t_n = \sqrt{4u_n + 1}$ với $t_n \geq 0$ Tìm kiếm quy luật của hệ thức truy hồi bằng cách đặt biến mới cho dãy. Bước 3: Đặt $v_n = t_n - 2$. Sử dụng phương pháp cân bằng hệ số để tìm ra số hạng tổng quát dựa vào biến mới v_n.

$\Rightarrow v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}, n \geq 1$ $\Rightarrow t_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 2.$ Theo cách đặt ta có: $\sqrt{4u_n + 1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 2$ $\Leftrightarrow 4u_n = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 2\right]^2 - 1$ $\Leftrightarrow u_n = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^{2n-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \frac{3}{4}$ Vậy $u_{2018} = \frac{3}{4}.$	
--	--

Vấn đề 1: Yêu cầu GVTTT chú ý đến các đặc trưng của tư duy đại số.

Yêu cầu GVTTT cần chú ý đến các phương án giải quyết mà HS đưa ra khi tiếp cận vấn đề, nghĩa là GVTTT cần xác định các đặc trưng của tư duy đại số chứa đựng trong phương án giải quyết vấn đề của HS, đưa ra cơ sở về mặt lí thuyết toán học và xác định tính đúng đắn của các phương án giải quyết vấn đề đó. Các GVTTT cần nhận ra những hoạt động ẩn tàng có thể phát triển tư duy đại số cho HS là thao tác trên đối tượng, đặc biệt hóa, tìm kiếm quy luật, khái quát hóa và hình thức hóa, kết nối biểu diễn của cùng một kiến thức toán, sử dụng phương pháp quy nạp như là công cụ để kiểm chứng phỏng đoán được đề xuất về số hạng tổng quát của dãy. Dữ liệu thu được cho thấy:

Mức độ 3 (Đầy đủ minh chứng):

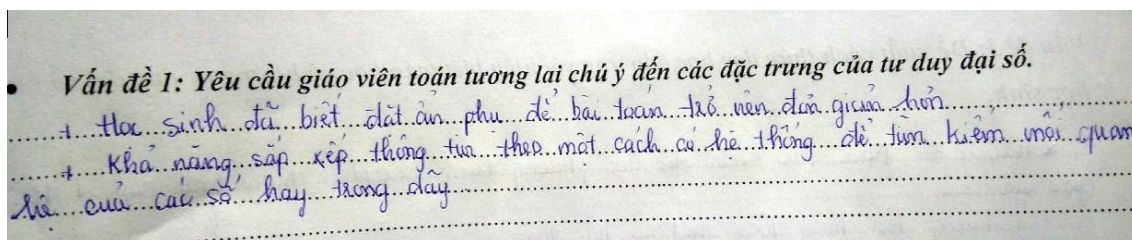


Hình 2. Phản ánh của A5 về đặc trưng của tư duy đại số ẩn dưới bài làm của HS

Có một GVTTT thấy được các đặc trưng của tư duy đại số một cách rõ ràng, chính xác trong bài làm của HS, các phương án giải và xác định tính đúng đắn trong phương án giải mà HS đưa ra. GVTTT A5 nhận ra được HS đã tìm kiếm quy luật của bài toán như hình 2.

Mức độ 2 (Chưa đủ minh chứng):

Có 3 GVTTTL đưa ra các minh chứng chưa đầy đủ khi phản ánh về phương án giải quyết vấn đề của HS. Ở mức độ này, GV tương lai có mô tả đặc trưng của tư duy đại số nhưng chưa thực sự đầy đủ hoặc rõ ràng, chính xác khi họ giải thích về các phương án HS đưa ra. Những GVTTTL này cũng bỏ qua các chi tiết HS không giải thích hoặc cách thức HS giải như thế nào. Chẳng hạn, GVTTTL A4 nhận ra để tìm kiếm quy luật của bài toán thì HS đã sử dụng các phương án giải quyết vấn đề ở đây là đặt ẩn phụ để đưa về biến mới, tìm kiếm mối quan hệ giữa các số hạng trong dãy nhưng chưa nói rõ về đặc trưng của tư duy đại số thể hiện qua các bài làm của HS. Hình minh họa sau:



Hình 3. Phản ánh của A4 về đặc trưng của tư duy đại số ẩn chứa bài làm của HS

Mức độ 1 (Không có minh chứng):

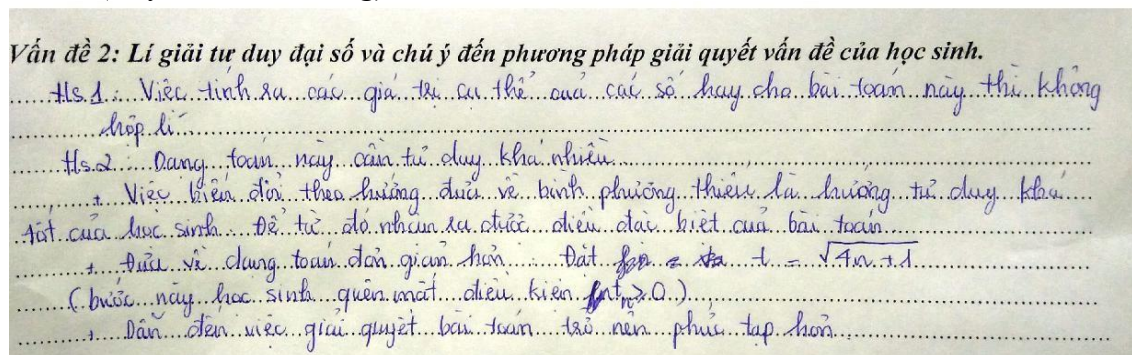
Có một GVTTTL không nhận thấy được hoặc nhận định sai các đặc trưng của tư duy đại số trong cách giải của HS và các phương án giải mà các em đưa ra.

Vấn đề 2: Li giải tư duy đại số và chú ý đến phương pháp giải quyết vấn đề của HS. Với yêu cầu này, các GVTTTL cần phải:

Làm rõ hoạt động tư duy đại số của HS về các phương án giải mà các em đưa ra;

So sánh các phương án giải và đưa ra, nhận xét tính đúng đắn của các phương án giải đồng thời chỉ ra cơ sở toán học, đặc trưng của tư duy đại số thể hiện ở đây là gì?

Mức 3 (Đầy đủ minh chứng):



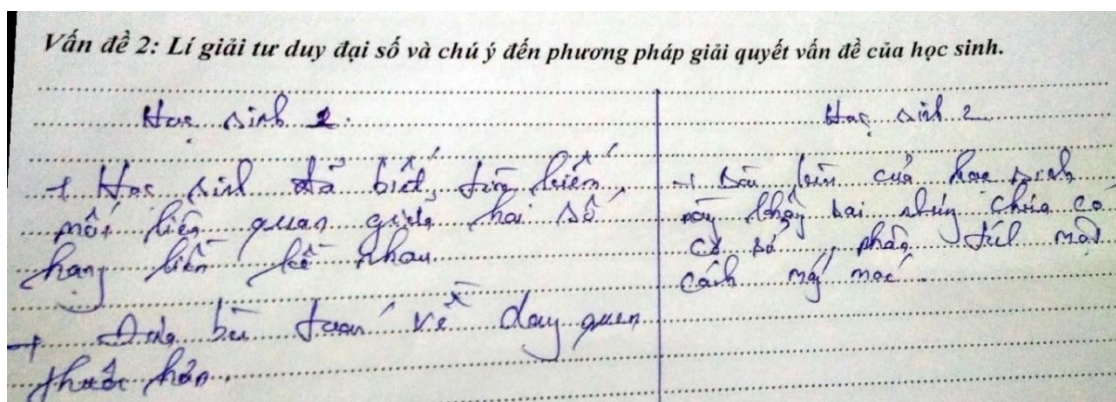
Hình 4. GVTTTL A5 lí giải tư duy đại số của HS

Có 1 GVTTTL làm rõ hiểu biết toán học của HS về các phương án giải quyết vấn đề mà các em đưa ra. Những GVTTTL này đã so sánh và đưa ra nhận xét một cách chi tiết, rõ

ràng về tính đúng đắn của các phương án giải quyết vấn đề của HS, đồng thời chỉ ra được cơ sở toán học trong các phương án giải quyết vấn đề của HS. Chẳng hạn, GVTTTL A5 đã chỉ ra được cơ sở toán học trong các phương án giải quyết vấn đề của mỗi em trong 2 HS lên bảng như hình 4.

Mức 2 (Chưa đủ minh chứng):

Có 3 GVTTTL phản ánh một cách hiểu rõ ràng về hiểu biết toán học của HS qua các phương án giải quyết vấn đề mà các em đưa ra. Những GVTTTL này cũng so sánh các phương án giải quyết vấn đề của HS nhưng chưa đầy đủ, chưa chặt chẽ và thiếu cơ sở toán học. Cụ thể, GVTTTL A3 phản ánh một cách chung chung về cơ sở toán học trong phương án giải quyết vấn đề mà đưa ra chứ chưa chỉ ra các bước trong quá trình giải toán của HS, chưa chỉ ra được phương án giải mà các em đưa ra là đúng hay sai:



Hình 5. GVTTTL A3 lý giải tư duy đại số của HS

Mức 1 (Không có minh chứng):

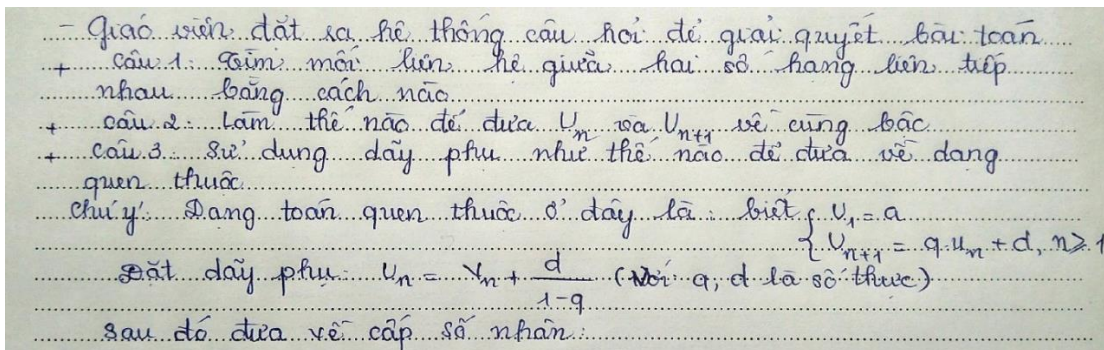
Có 2 GVTTTL không hiểu hoặc hiểu sai về hiểu biết toán học của HS qua các phương án giải quyết vấn đề mà các em đưa ra. Những GVTTTL này không so sánh được các phương án giải quyết vấn đề của HS hoặc đưa ra sự so sánh không căn cứ trên cơ sở toán học đúng đắn. Như GVTTTL A5 đã không căn cứ trên cơ sở toán học nào khi nhận định phương án giải quyết vấn đề mà HS 2 đưa ra. GVTTTL này cũng không chỉ ra được cơ sở toán học trong phương án giải quyết vấn đề của HS 2. GVTTTL này cũng chưa so sánh, đối chiếu các phương án giải quyết vấn đề của hai HS và chưa chỉ ra được phương án giải quyết vấn đề nào là tối ưu.

Vấn đề 3: Đề xuất cách thức dạy học đáp ứng với hiểu biết toán học và hướng tư duy đại số của HS.

Với yêu cầu này, GVTTTL cần phải đề ra cách thức đáp ứng hay phương án dạy học phù hợp dựa trên cơ sở về hiểu biết toán học và tư duy đại số của HS. GVTTTL có thể có rất nhiều lựa chọn khi đề xuất cách thức dạy học đáp ứng hiểu biết toán học của HS. Tuy nhiên, lựa chọn đó phải phù hợp với những gì mà họ lý giải về hiểu biết toán học, tư duy hiện tại của người học.

Mức 3 (Đầy đủ minh chứng):

Có một GVTTT đề ra cách thức đáp ứng hoặc phương án dạy học phù hợp dựa trên cơ sở là hiểu biết toán học, tư duy đại số của HS. GVTTT A6 đã đưa hệ thống câu hỏi gợi mở cho HS khi giải quyết bài toán này và đưa ra cách dạy tổng quát cho dạng toán ở trích đoạn video thứ 3. Từ dạng tổng quát này đề HS có thể tư duy và áp dụng cho các dạng toán tương tự cho chủ đề này).

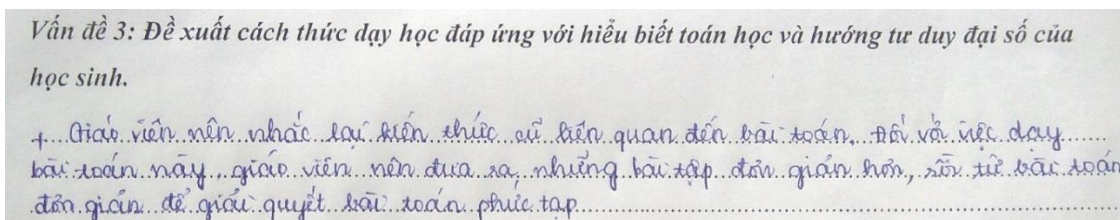


Hình 6. GVTTT A1 đề xuất cách thức dạy học

Mức 2 (Chưa đủ minh chứng):

Có một GVTTT đề ra được cách thức đáp ứng hay phương án dạy học nhưng lại thiếu sự giải thích rõ ràng về cơ sở cho việc đưa ra đề xuất đó.

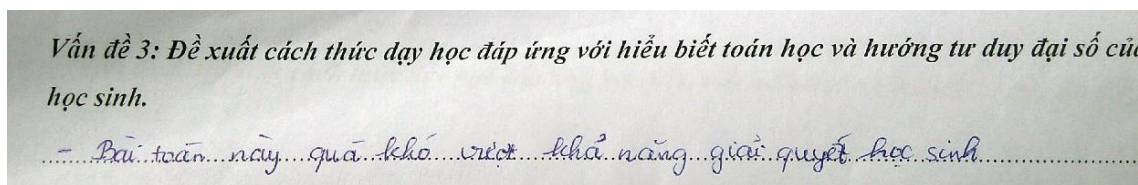
Khi đề xuất phương pháp dạy học thay thế, GVTTT này chỉ đưa ra đề xuất mang tính chung chung như yêu cầu HS nhắc lại kiến thức cũ nhưng không đề cập đến kiến thức nào cần thiết để HS có thể hiểu được bản chất của bài toán, phương án hoạt động hướng tới là gì:



Hình 7. GVTTT A4 đề xuất cách thức dạy học

Mức 1 (Không có minh chứng):

Có bốn GVTTT không đề ra được phương án dạy học hoặc phương án dạy học đã đề xuất không phù hợp với hiểu biết toán học của HS. Chẳng hạn như GVTTT A1 không khẳng định được tính đúng hay sai trong câu trả lời của HS. Có thể thấy phản ánh của GVTTT là không rõ ràng, thiếu chính xác và mắc sai lầm nghiêm trọng về hiểu biết tư duy đại số. Do đó, GVTTT này cũng không đề xuất được phương án dạy học dạy học thay thế. GVTTT này cho rằng bài toán này quá khó, vượt khả năng giải quyết bài toán của HS...



Hình 8. GVTTT A1 đề xuất cách thức dạy học

3. KẾT LUẬN

Từ việc phân tích dữ liệu, chúng tôi có thể đưa ra một số nhận định ban đầu về khả năng quan sát tư duy đại số của HS của GTTTL tham gia vào nghiên cứu này như sau:

- Hầu hết các GVTTT có nền tảng cơ sở toán học khá tốt (như giải bài toán, đưa ra được cơ sở toán học của các phương án giải quyết vấn đề của HS, thấy được đặc trưng của tư duy đại số ẩn chứa dưới bài làm của HS, đề xuất phương án dạy học hợp lý). Những GVTTT này cũng nắm được các bước trong hoạt động quan sát tư duy toán học của HS. Mặc dù quan sát tư duy toán học nói chung và tư duy đại số nói riêng của HS là một hoạt động khá mới mẻ đối với GV tương lai nhưng hầu hết GVTTT đều nắm bắt và đáp ứng được yêu cầu đưa ra khi tham gia trả lời phiếu khảo sát.

- Cách diễn đạt về hiểu biết toán học của một số GVTTT chưa tốt. Một số GVTTT đưa ra các phản ánh về hiểu biết của HS theo cảm tính, thiếu cơ sở toán học hoặc không rõ ràng. Hầu hết GVTTT còn thiếu kinh nghiệm trong hoạt động quan sát tư duy đại số vì có ít những trải nghiệm tương tự như thế trong chương trình đào tạo cụ thể hơn ở đây là quan sát tư duy đại số. Một số GV tương lai có kiến thức toán chuyên biệt khá hạn chế nên chưa hiểu được yêu cầu bài toán đưa ra. Kiến thức về việc dạy toán và việc học toán của HS của một số GVTTT cũng còn hạn chế nên ảnh hưởng đến khả năng quan sát tư duy toán học của GVTTT.

Từ việc phân tích hoạt động quan sát tư duy đại số của GVTTT, tìm hiểu những ưu điểm và hạn chế cũng như những thuận lợi và khó khăn của GVTTT trong việc quan sát tư duy đại số của HS, chúng tôi đưa ra những kiến nghị về mặt đổi mới phương pháp dạy học toán ở trường sư phạm như sau:

- Thứ nhất, cần phải bổ sung và tăng cường thêm học phần, các tiết học cho GVTTT học tập, thực hành nâng cao hơn về cơ sở toán học sơ cấp nói chung và theo các chủ đề đã sẽ dạy ở trung học phổ thông.

- Thứ hai, cần tăng cường các học phần và các tiết học về lý luận và phương pháp dạy học toán, các khoa học về phân tích tư duy toán học nói chung và cụ thể cho từng tư duy như là tư duy đại số... và phân tích THDH toán cho GVTTT.

- Thứ ba, cần tạo điều kiện cho GVTTT tham gia trải nghiệm xác thực về dạy học toán ở trường trung học phổ thông để nâng cao hiểu biết về các THDH nói chung và tư duy toán học, tư duy đại số của HS nói riêng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Alghtani, O. A., & Abdulhamied, N. A. (2010). The Effectiveness of Geometric Representative Approach in Developing Algebraic Thinking of Fourth Grade Students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 256-263.
- [2] Cai, J., Lew, H. C., Morris, A., Moyer, J. C., Ng, S. F., & Schmittau, J. (2005). The development of students' algebraic thinking in earlier grades. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 5-15.
- [3] Koh, K. (2015). The Use of Video Technology in Pre-service Teacher Education and In-service Teacher Professional Development. In *Cases of Mathematics Professional Development in East Asian Countries* (229-247). Springer Singapore.
- [4] Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 169-202.
- [5] Llinares, S., & Valls, J. (2010). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(2), 177-196.
- [6] Manouchehri, A., & Enderson, M. C. (2003). The utility of case study methodology in mathematics teacher preparation. *Teacher Education Quarterly*, 30(1), 113-135.
- [7] Radford, L., & Peirce, C. S. (2006, November). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education, North American chapter* (Vol. 1, 2-21).
- [8] Sherin, M. G. (2004). New perspectives on the role of video in teacher education. *Advances in research on teaching*, 10, 1-28.
- [9] Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of mathematics teacher education*, 11(2), 107-125.
- [10] Walkoe, J. (2015). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(6), 523-550.

Title: MATHEMATICS PROSPECTIVE TEACHERS' NOTICING OF STUDENTS' ALGEBRAIC THINKING

Abstract: Noticing of teaching is a topic that has attracted the attention of educational researchers since the 1970s. With the aim of learning to teach from teaching practices, noticing of teaching plays an important role in the teacher training program. The richness of accumulated teaching experiences depends on the degree to which prospective teachers identify and reason the nature of the events occurring in teaching practices. This study focused on exploring prospective teachers' noticing of students' algebraic thinking, so that teacher can gather information for generating orientations to help them learn from their teaching and observing their colleagues' teaching practices in the future.

Keywords: Mathematical thinking noticing, algebraic thinking, teaching practice.