

NGHIÊN CỨU DAO ĐỘNG CỦA DÀM CẦU TRỤC KHI CÁC THAM SỐ MÔ HÌNH LÀ ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

Trịnh Văn Hải^{1,*}

¹Khoa Động lực, Đại học Kỹ thuật Lê Quý Đôn

DOI: 10.56651/lqdtu.jst.v18.n01.581

Tóm tắt

Theo phương pháp thiết kế ngẫu nhiên, hàm trạng thái của các điều kiện thiết kế thường được xây dựng với sự xuất hiện của các biến ngẫu nhiên đầu vào tuân theo các hàm phân bố giả định và các đáp ứng ngẫu nhiên thu được từ việc giải mô hình tính toán. Bài báo tập trung nghiên cứu các đặc trưng động lực học của cầu trục khi các tham số mô hình là đại lượng ngẫu nhiên. Đầu tiên, mô hình vật lý và hệ phương trình vi phân chuyển động của cơ hệ được thiết lập sử dụng phương trình Lagrange. Tiếp đến, phương pháp số Newmark- β được áp dụng để tìm các ứng xử dao động của hệ thống. Cuối cùng, các đáp ứng dao động của dầm chính cầu trục sẽ được khảo sát khi xem xét các tham số mô hình tuân theo phân bố chuẩn. Kết quả nhận được cho thấy các đặc trưng phân bố của các tham số đáp ứng dao động của dầm cầu phụ thuộc vào độ lệch chuẩn của tham số đầu vào và vị trí của xe tời trong quá trình khảo sát. Cụ thể, với giá trị độ lệch chuẩn 0,15 thì có thể gây ra mức bất định ~75 % của chuyển vị ở mặt cắt giữa dầm.

Từ khóa: Cầu trục; đáp ứng dao động; định lượng tính bất định; mô phỏng Monte-Carlo.

1. Đặt vấn đề

Cầu trục là dạng máy trục được dùng rất phổ biến để nâng hạ hoặc di chuyển vật nặng (hàng hóa, cấu kiện, vật liệu...) trong các nhà xưởng và dây chuyền sản xuất chế tạo. Thiết bị được trang bị ba cơ cấu công tác được dẫn động độc lập gồm cơ cấu di chuyển xe cầu, cơ cấu di chuyển xe tời và cơ cấu nâng vật cho phép cầu trục làm việc hiệu quả trong phạm vi với tời [1]. Với những ưu điểm về công năng và kết cấu, cầu trục nhà xưởng nói riêng và máy trục dạng cầu nói chung (bao gồm cả công trục) đã được quan tâm nghiên cứu để phát triển và hoàn thiện theo các yêu cầu đặt ra trong thực tiễn sử dụng [2, 3]. Ở đó, các nghiên cứu tập trung giải quyết hai nhóm bài toán chính gồm: (i) động lực học và điều khiển [1, 4-7]; (ii) độ bền và kết cấu. Phương pháp nghiên cứu được sử dụng có thể là phương pháp giải tích [5, 6], phương pháp số (FEM) [8, 9], và phương pháp thực nghiệm [7, 10].

* Email: hai.tv@lqdtu.edu.vn

Tài liệu [11] đã khái lược một số mô hình dao động của cầu trục. Một mô hình điển hình cho việc nghiên cứu dao động của cầu trục đã được xây dựng ở [5, 6]. Ở mô hình này, các giả thiết như xe chuyển động với vận tốc không đổi, góc lắc của vật nâng đủ bé, các đại lượng vô cùng bé bậc cao được bỏ qua. Công trình [8] đã sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn để giải hệ dao động cầu trục khi kể đến độ cứng của cáp treo vật. Ở nghiên cứu này, các tác giả đã chỉ ra sự ảnh hưởng của tốc độ di chuyển xe tời đến độ võng của dầm và so sánh giữa độ võng tĩnh và độ võng động đã được đưa ra ở các chế độ di chuyển xe tời khác nhau. Với các dạng cầu trục có ca bin điều khiển gắn ở một đầu dầm chính, đặc tính động lực học của nó khi kể đến liên kết đàn hồi giữa ca bin và dầm chính cũng được giải quyết trong [3]. Nghiên cứu [4] trình bày bài toán động lực học công trục được đơn giản khi xem các chân công cứng tuyệt đối, tuy nhiên kể đến đặc điểm kết cấu dầm chính có chiều dài lớn hơn khoảng cách hai gối, và xe tời được mô hình hóa hai cầu xe tác dụng riêng lẻ lên dầm chính. Thêm vào đó, góc lắc của vật nâng đã được nghiên cứu tới.

Nhìn chung, đáp ứng động lực học của một hệ cầu trục phụ thuộc vào chính các tham số hệ thống như các đặc tính về vật liệu và hình dáng, các điều kiện tải trọng và làm việc. Trong phân tích động lực học thông thường của toàn bộ cầu trục hoặc bộ phận của nó, các thông số mô hình thường được coi là những thông số tất định [2, 4, 12-14]. Tuy nhiên, các thành phần của hệ thống cầu trục như dầm cầu, xe tời và vật nâng có các đặc điểm không đơn định vì sự không chắc chắn (uncertainty) trong quá trình xây dựng và sản xuất cũng như do lão hóa và điều kiện hoạt động [15, 16]. Nói cách khác, mỗi tham số thiết kế của hệ thống không mang một giá trị đơn định trên trục số và chúng là các biến ngẫu nhiên được mô tả đầy đủ bằng hàm mật độ xác suất (Probability Density Function, PDF). Khi đó, hàm trạng thái (điều kiện thiết kế) với việc so sánh các giá trị đơn định trong phương pháp thiết kế truyền thống (thiết kế đơn định) không thể giải quyết được. Việc đánh giá hàm trạng thái với sự có mặt của các hàm mật độ xác suất của các biến ngẫu nhiên chính là nội dung thực hiện của phương pháp thiết kế ngẫu nhiên [17, 18].

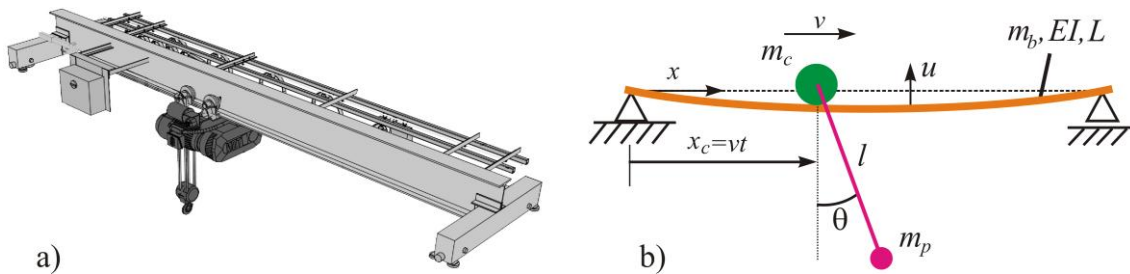
Các phương pháp xác suất [19, 20] (như mô phỏng Monte-Carlo, phương pháp nhiễu loạn (perturbation) và phương pháp phần tử hữu hạn ngẫu nhiên) được sử dụng rộng rãi để phân tích tĩnh và động của các cấu trúc với các tham số ngẫu nhiên. Nhờ các phương pháp này, có thể tìm được mô tả về các đáp ứng động lực học của cấu trúc hoặc tối ưu hóa thiết kế dựa trên lý thuyết độ tin cậy. Công trình [21] đã nghiên cứu tối ưu chuyển động của cầu trục nhà xưởng có kể đến tính bất định của khối lượng vật nâng bằng cách sử dụng phương pháp mô hình thay thế (surrogate model). Kết quả cho thấy

khi mức độ bất định (uncertainty level) của khối lượng vật nâng ở mức 5 %, 10 % và 15 % thì độ bất định của vận tốc lắc của nó tương ứng đạt mức 11,7 %, 21,5 % và 25,6 %. Phát triển bài toán tối ưu kết cấu dầm cầu trục với không gian thiết kế có số lượng biến ngẫu nhiên lớn (> 10) đã được thực hiện nhờ sử dụng mô hình thay thế Kriging [16].

Vì những lí do nêu trên, bài báo này tập trung nghiên cứu đáp ứng động lực học của hệ cầu trục khi xem các tham số mô hình là đại lượng ngẫu nhiên. Trước tiên, mô hình vật lý và hệ phương trình vi phân chuyển động của cơ hệ được thiết lập sử dụng phương trình Lagrange. Tiếp theo, phương pháp số Newmark- β được áp dụng để tìm các đặc trưng động lực học của hệ thống. Cuối cùng, các đáp ứng động lực học của dầm cầu sẽ được khảo sát khi xem các tham số của mô hình là biến ngẫu nhiên.

2. Mô hình động lực học của cầu trục

Kết cấu cầu trục nhà xưởng một dầm điển hình trên hình 1(a) được mô hình hóa ở hình 1(b). Dầm chính của cầu trục được mô tả bằng dầm đàn hồi và chỉ xét đến dao động thẳng đứng. Dầm chính có bốn tham số mô tả gồm: khối lượng phân bố m_b , chiều dài tổng thể L , mô đun đàn hồi E và mô men quán tính uốn của mặt cắt ngang I . Xe tời được xem như chất điểm có khối lượng m_c và di chuyển với tốc độ v . Vật nâng là khối lượng m_p giả thiết chỉ lắc một góc θ quanh tâm xe tời trong mặt phẳng thẳng đứng qua trục dầm chính. Cáp nâng vật được giả thiết không có khối lượng và có chiều dài l cố định trong quá trình xe tời di chuyển.



Hình 1. (a) Hình ảnh cầu trục nhà xưởng;
(b) Mô hình động lực học cầu trục có kể đến dao động của vật nâng.

Dao động của dầm trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua trục dầm có thể được xấp xỉ như sau [22]:

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) q_i(t), \text{ với } \phi_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \quad (1)$$

trong đó: ϕ_i - mode dao động thứ i^{th} trong N mode được xem xét, $q_i(t)$ - các hàm biểu diễn sự thay đổi của hàm chuyển vị $u(x_c,t)$ của dầm chính theo thời gian.

Bài báo sử dụng phương trình Lagrange loại 2 để xây dựng phương trình vi phân dao động của cơ hệ. Đầu tiên, động năng của cơ hệ T được tính bao gồm động năng của dầm cầu, động năng của xe tời và động năng của vật nâng [2]:

$$T = \frac{1}{4} m_b L \sum_{i=1}^N \dot{q}_i^2 + \frac{1}{2} m_c \left\{ \dot{x}_c^2 + \left[\dot{x}_c \sum_{i=1}^N \phi'_i(x_c) q_i(t) + \sum_{i=1}^N \phi_i(x_c) \dot{q}_i(t) \right]^2 \right\} + \frac{1}{2} m_p \left\{ \dot{x}_c + \dot{\theta} l \cos \theta \right\}^2 + \left[\dot{x}_c \sum_{i=1}^N \phi'_i(x_c) q_i(t) + \sum_{i=1}^N \phi_i(x_c) \dot{q}_i(t) - \dot{\theta} l \sin \theta \right]^2 \quad (2)$$

Thế năng tổng cộng của cơ hệ V được xác định [2]:

$$V = \frac{EI\pi^4}{4L^3} \sum_{i=1}^N i^4 q_i^2(t) - m_c g u(x_c, t) - m_p g u(x_c, t) + l(\cos \theta - 1) \quad (3)$$

Áp dụng phương trình Lagrange loại 2, phương trình vi phân dao động của hệ được viết ở dạng ma trận sau:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad (4)$$

ở đó $\mathbf{u} = \theta, q_1, q_2, \dots, q_N^T$ là vector các ẩn hàm mô tả dao động của cơ hệ, $\dot{\mathbf{u}} = [\dot{\theta}, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N]^T$ và $\ddot{\mathbf{u}} = [\ddot{\theta}, \ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_N]^T$. Các ma trận $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ và $\mathbf{K}$ lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng có cùng kích thước $(N+1) \times (N+1)$, $\mathbf{F}$ là vector tải trọng. Các ma trận và vector này được xác định như sau (xem công thức triển khai ở phụ lục A [2]):

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_p l^2 & -2m_p l \sin \theta [\phi'(x_c)] \\ -2m_p l \sin \theta [\phi'(x_c)]^T & \frac{m_b L}{2} [\mathbf{I}]_{N \times N} + 2(m_p + m_c) \text{diag}[\phi(x_c)] [\phi(x_c)] \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{m_p g l \sin \theta}{\theta} & -2m_p l \sin \theta \{ \ddot{x}_c [\phi'(x_c)] + \dot{x}_c^2 [\phi''(x_c)] \} \\ \mathbf{[0]}_{N \times 1} & \text{diag}[\frac{EI\pi^4 i^3}{2L^3}] + 2(m_p + m_c) \left\{ \ddot{x}_c \text{diag}[\phi(x_c)] [\phi'(x_c)] + \dot{x}_c^2 \text{diag}[\phi(x_c)] [\phi''(x_c)] \right\} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & -2m_p l x_c \cos \theta [\phi'(x_c)] \\ -2m_p l x_c \sin \theta [\phi'(x_c)]^T & 2(m_p + m_c) \dot{x}_c \text{diag}[\phi(x_c)] [\phi'(x_c)] \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -m_p \ddot{x}_c l \cos \theta & (m_p + m_c) [\phi(x_c)]^T \end{bmatrix}.$$

Trong công thức (5), $[\phi]$ là ma trận gồm N hàng giống nhau $[\phi] = \phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_N$, ma trận $[\phi']$ và $[\phi'']$ lần lượt là đạo hàm riêng bậc nhất và bậc hai của ma trận $[\phi]$ theo biến x_c . Ký hiệu $\text{diag}(\phi)$ là ma trận đường chéo với các phần tử trên đường chéo chính là các phần tử của vector ϕ , $[I]_{N \times N}$ là ma trận đơn vị.

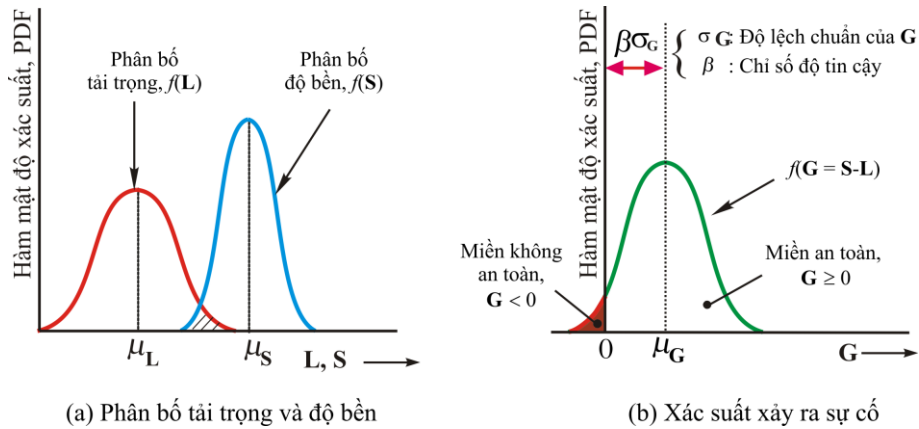
Phương pháp Newmark- β được sử dụng để giải hệ phương trình (4). Theo đó, các vector $\ddot{\mathbf{u}}$ và $\dot{\mathbf{u}}$ của cơ hệ tại thời điểm $(t+\Delta t)$ được tính theo các giá trị tương ứng đã biết ở thời điểm t theo các công thức sau [23]:

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{u}}(t+\Delta t) &= a_0 [\mathbf{u}(t+\Delta t) - \mathbf{u}(t)] - a_2 \dot{\mathbf{u}}(t) - a_3 \ddot{\mathbf{u}}(t), \\ \dot{\mathbf{u}}(t+\Delta t) &= \dot{\mathbf{u}}(t) + a_6 \ddot{\mathbf{u}}(t) + a_7 \ddot{\mathbf{u}}(t+\Delta t),\end{aligned}\quad (6)$$

ở đó vector $\mathbf{u}$ tại thời điểm $(t+\Delta t)$ và các hệ số được xác định như sau:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}(t+\Delta t) &= \tilde{\mathbf{K}}(t+\Delta t) \setminus \tilde{\mathbf{P}}(t+\Delta t), \\ \tilde{\mathbf{K}}(t+\Delta t) &= \mathbf{K}(t) + a_0 \mathbf{M}(t) + a_1 \mathbf{C}(t), \\ \tilde{\mathbf{P}}(t+\Delta t) &= \mathbf{P}(t+\Delta t) + \mathbf{M}(t) [a_0 \mathbf{u}(t) + a_2 \dot{\mathbf{u}}(t) + a_3 \ddot{\mathbf{u}}(t)] \\ &\quad + \mathbf{C}(t) [a_1 \mathbf{u}(t) + a_4 \dot{\mathbf{u}}(t) + a_5 \ddot{\mathbf{u}}(t)], \\ a_0 &= \frac{1}{\beta \Delta t^2}, \ a_1 = \frac{\gamma}{\beta \Delta t^2}, \ a_2 = \frac{1}{\beta \Delta t}, \ a_3 = \frac{1}{2\beta} - 1, \ a_4 = \frac{\gamma}{\beta} - 1, \\ a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right), \ a_6 = \Delta t(1 - \gamma), \ a_7 = \gamma \Delta t, \ \beta = \frac{1}{4}, \ \gamma = \frac{1}{2}.\end{aligned}\quad (8)$$

3. Thông số đầu vào và biến ngẫu nhiên



Hình 2. Mô tả các biến ngẫu nhiên, đánh giá quan hệ giữa xác suất xảy ra sự cố và chỉ số độ tin cậy.

Như đã trình bày ở trên, phương pháp thiết kế truyền thống là phương pháp tất định. Theo phương pháp này, giá trị của tham số thiết kế như tải trọng **L** và độ bền **S** được xem là xác định và duy nhất. Ở đây, chúng ta có thể hiểu rộng quan hệ giữa **L** và **S** chính là điều kiện thiết kế bao hàm các tham số vật lý của hệ thống như tần số, gia tốc, chuyển vị, thời gian của chu trình làm việc... Hệ thống được coi là an toàn hoặc đảm bảo khi sức chịu tải của hệ thống đủ lớn so với tải trọng mà nó phải chịu kể cả khi có sự hiện diện của hệ số an toàn. Tuy nhiên, trong thực tế các tham số tải và sức chịu tải nói chung là các biến ngẫu nhiên với các quy luật phân bố như trên hình 2(a), ngay cả trường hợp an toàn trong thiết kế truyền thống thì sẽ có xuất hiện vùng không an toàn (phần gạch chéo, giá trị của tham số độ bền nhỏ hơn tham số tải trọng). Thêm vào đó, hình dáng đặc trưng của các phân bố này sẽ quyết định dạng của vùng không an toàn. Lý thuyết độ tin cậy cho phép định lượng và kiểm soát vùng cần quan tâm này. Việc tính toán xác suất phá hỏng/xảy ra sự cố của một hệ thống dựa trên phân bố của hàm trạng thái **G**:

$$\mathbf{G} = \mathbf{S} - \mathbf{L} \quad (9)$$

cho thấy rằng hàm trạng thái **G** phụ thuộc vào đặc tính ngẫu nhiên/phân bố các tham số hệ thống **S** và **L**. Trường hợp $\mathbf{G} < 0$ được coi là xảy ra hư hỏng và rõ ràng hư hỏng không xảy ra ở vùng giá trị còn lại, $\mathbf{G} \geq 0$ (Hình 2(b)). Theo đó, xác suất hỏng/thiệt hại của hệ được xác định là $P\{\mathbf{G} < 0\}$. Chú ý thêm rằng, khoảng cách giữa giá trị trung bình của hàm trạng thái μ_G và trạng thái giới hạn $\mathbf{G} = 0$ bằng độ lệch chuẩn σ_G nhân với hệ số β , thường được gọi là chỉ số độ tin cậy. Có thể nói, nội dung nghiên cứu phân bố của các hàm trạng thái chính là bước cơ sở trong bài toán thiết kế hệ thống theo lý thuyết độ tin cậy.

Với hệ cầu trục nêu ở mục trước, các tham số được xem là biến ngẫu nhiên gồm: độ cứng EI , khối lượng dầm cầu m_b , khối lượng xe tời m_c , khối lượng vật nâng m_p và chiều dài nhánh cáp treo vật nâng l . Vector đại lượng ngẫu nhiên đầu vào của hệ thống được viết: $\xi = \xi_i \text{ }_{1 \times 5} = [EI \quad m_b \quad m_c \quad m_p \quad l]$. Trong nghiên cứu này, các biến ngẫu nhiên ξ_i được giả thiết là độc lập và tuân theo phân phối Gaussian với giá trị trung bình $\bar{\xi}_i$ và tham số ngẫu nhiên γ_i :

$$\xi_i = \bar{\xi}_i(1 + \gamma_i) \quad (10)$$

trong đó: tham số ngẫu nhiên γ_i được mô tả bởi với giá trị trung bình $\bar{\gamma}$ và độ lệch chuẩn $\sigma_\gamma = 1$ (xem hình 4 cho hàm phân bố của biến ngẫu nhiên EI ở các độ lệch chuẩn giả định khác nhau).

Các đặc trưng của các đại lượng ngẫu nhiên đầu ra (đáp ứng động lực học của hệ thống) $\tau = [\tau]_{1 \times 3} = \{u, \dot{u}, \ddot{u}\}$ được xét đến như sau:

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \tau_i, \quad \sigma_{\tau} = \sqrt{\frac{1}{N_s - 1} \sum_{i=1}^{N_s} (\tau_i - \bar{\tau})^2}, \\ Sk_{\tau} &= \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \left[\frac{\tau_i - \bar{\tau}}{\sigma_{\tau}} \right]^3, \quad Ku_{\tau} = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \left[\frac{\tau_i - \bar{\tau}}{\sigma_{\tau}} \right]^4 \end{aligned} \quad (11)$$

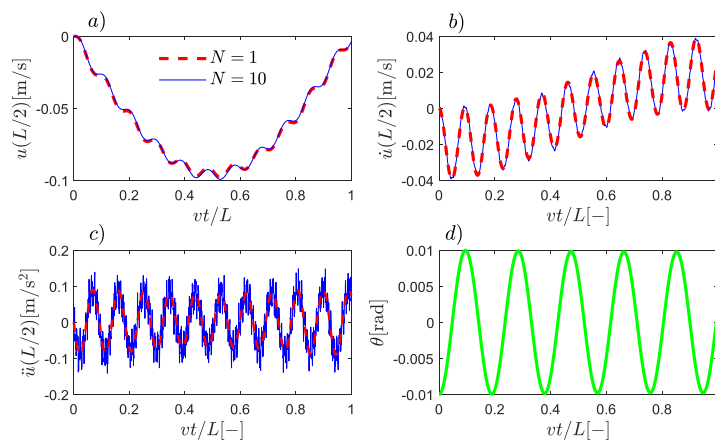
trong đó: $\bar{\tau}$ là giá trị trung bình, σ_{τ} là độ lệch chuẩn, Sk_{τ} là độ lệch của phân bố và Ku_{τ} là độ nhọn của phân bố, N_s là kích thước mẫu.

Với việc khái lược về phương pháp thiết kế theo lý thuyết độ tin cậy (thiết kế ngẫu nhiên) nêu trên, bài báo sẽ tập trung nghiên cứu các đáp ứng động lực học của dầm cầu khi kể đến vector biến đầu vào ngẫu nhiên kể trên trong phần tiếp theo.

4. Kết quả và nhận xét

4.1. Dao động của dầm với tham số đơn định

Giá trị các tham số đặc trưng của cầu trục được khảo sát được lấy như sau [3, 5]: $EI = 4,50 \times 10^4 \text{ Nm}^2$, $m_b = 163,2 \text{ kg/m}$, $m_c = m_p = 97,9 \text{ kg}$, $L = 6 \text{ m}$, $l = L/3$. Tốc độ xe tời là $v = 0,4 \text{ m/s}$. Tại thời điểm ban đầu: góc lắc và gia tốc lắc của vật nâng được giả định là $\theta(0) = -0,01 \text{ rad}$ [2], $\dot{\theta}(0) = 0$; giá trị của các ẩn hàm được cho như sau: $q_i(0) = 0$, $\dot{q}_i(0) = 0$ với $i = 1, \dots, N$. Hệ phương trình vi phân (4) được giải với phương pháp Newmark- β nêu ra ở các công thức (6) đến (8). Chương trình tính được viết trong phần mềm Matlab.



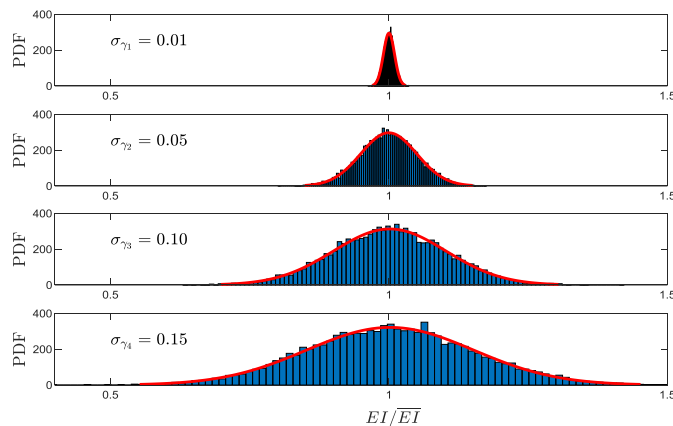
Hình 3. Chuyển vị, vận tốc và gia tốc của dầm cầu tại điểm giữa (a-c) và của vật nâng (d) trong suốt thời gian xe tời di chuyển hết chiều dài dầm cầu.

Trên hình 3 thể hiện kết quả khi chỉ tính mode dao động đầu tiên ($N = 1$) và khi tính đến mười mode đầu tiên ($N = 10$). Trong hai trường hợp tính toán, đặc tính chuyển vị và vận tốc thể hiện kết quả rất tương đồng, xem hình 3(a)-(b); tuy nhiên kết quả đặc tính gia tốc lại có sự khác biệt rõ rệt, xem hình 3(c). Điều này cho thấy việc giới hạn ở mode đầu tiên chỉ đảm bảo độ tin cậy của kết quả tính toán đối với các đáp ứng chuyển vị và vận tốc, nhưng không đảm bảo độ tin cậy đối với đáp ứng gia tốc. Để đảm bảo độ tin cậy của kết quả tính toán ở phần sau sử dụng $N = 10$.

Kết quả chuyển động lắc của vật nâng được thể hiện trên hình 3(d). Bằng việc sử dụng phép chuyển nhanh Fourier, tần số dao động của vật nâng tính được xấp xỉ 0,333 Hz, giá trị này gần bằng với tần số $f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g/l}$. Kết quả này rất tương đồng với kết quả đã công bố ở [5, 8].

4.2. Dao động của dầm với tham số ngẫu nhiên

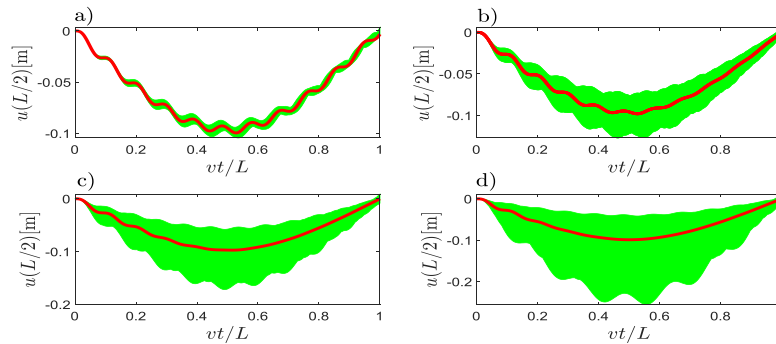
Giả thiết rằng các đại lượng ngẫu nhiên có cùng giá trị độ lệch chuẩn ở các mức khác nhau $\sigma_\gamma = \{0.01, 0.05, 0.10, 0.15\}$. Giá trị trung bình của các tham số ngẫu nhiên đầu vào ($\bar{\xi}_i$) được chọn là các giá trị đơn định trình bày ở phần 4.1, tức là: $\overline{EI} = 4,50 \times 10^4 \text{ Nm}^2$, $\overline{m_b} = 163,2 \text{ kg/m}$, $\overline{m_c} = \overline{m_p} = 97,9 \text{ kg}$ và $\bar{l} = 2 \text{ m}$. Hình 4 trình bày hàm phân bố của biến ngẫu nhiên EI có độ rộng lớn dần theo chiều tăng của độ lệch chuẩn. Chú ý rằng, do có cùng luật phân bố nên sau khi chuẩn hóa với giá trị trung bình thì hàm mật độ phân bố của các biến ngẫu nhiên còn lại đều có hình dáng tương tự. Để tính toán động lực học của hệ thống khi kể đến tính bất định của các tham số, số lượng cấu hình cầu trục tương ứng với kích thước mẫu thử $N_s = 10^4$ sẽ được khởi tạo, sau đó giải từng cấu hình như trong trường hợp đơn định trình bày ở phần 4.1.



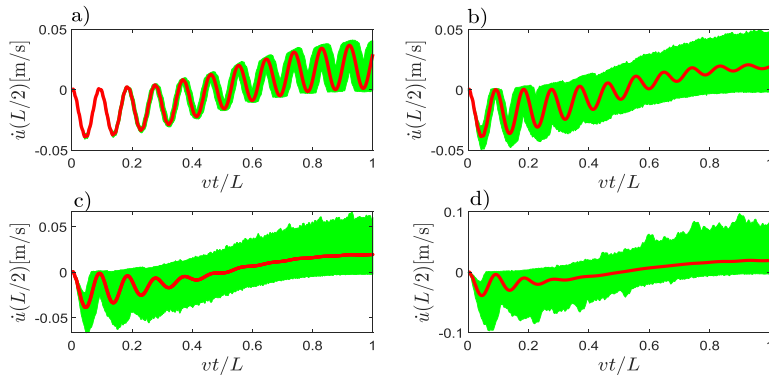
Hình 4. Hàm mật độ phân bố (PDF) của biến ngẫu nhiên độ cứng EI ở các độ lệch σ_γ chuẩn khác nhau.

Trước hết, bài báo nghiên cứu ảnh hưởng của các đại lượng ngẫu nhiên của mô hình đến phân bố của các đáp ứng động lực học của cơ hệ. Để có những kết quả minh họa cho bài báo, các giá trị chuyển vị, vận tốc và gia tốc của chính giữa dầm ($x_c = L/2$) sẽ được xét tới trong quá trình di chuyển của xe tời trên chiều dài dầm cầu.

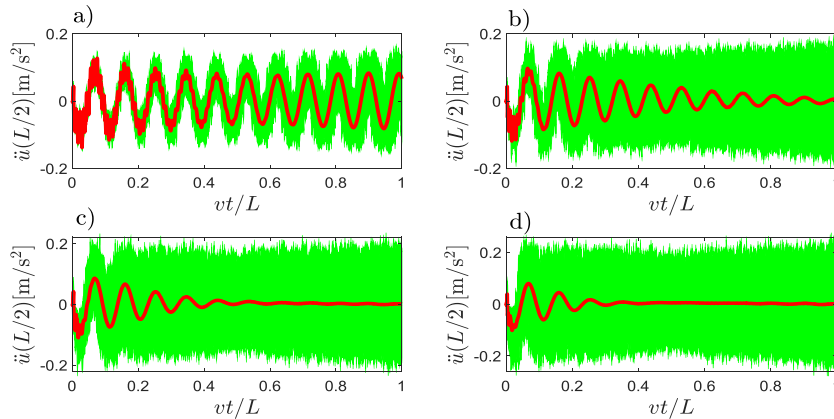
Kết quả thể hiện trên hình 5, 6 và 7 tương ứng với chuyển vị, vận tốc và gia tốc của mặt cắt giữa dầm ở 4 giá trị độ lệch chuẩn khác nhau. Các hình thành phần từ (a) đến (d) ứng với các giá trị σ_γ tăng từ 0,01 đến 0,15. Trên các hình này, đường nét đậm trung tâm là giá trị trung bình, còn vùng tô màu được hình thành từ biên giá trị lớn nhất và nhỏ nhất tại từng thời điểm tính toán. Lưu ý rằng kích thước mẫu $N_s = 10^4$. Đặc điểm chung nhất có thể dễ dàng nhận ra là khi tăng độ lệch chuẩn của các biến ngẫu nhiên thì phạm vi thay đổi của các tham số mô tả ứng xử động lực học tăng lên (độ rộng của vùng tô màu tăng từ hình (a) đến hình (d)). Thêm vào đó, giá trị trung bình của các ứng xử có xu hướng trơn hơn với các giá trị độ lệch lớn. Điều này có nghĩa rằng, các biến ngẫu nhiên đã làm thay đổi cả vị trí và độ lớn của các điểm uốn cục bộ trên đường đặc tính.



Hình 5. Chuyển vị của mặt cắt giữa dầm với các giá trị σ_γ : 0,01 (a), 0,05 (b), 0,10 (c) và 0,15 (d).



Hình 6. Vận tốc dao động của mặt cắt giữa dầm với các giá trị σ_γ : 0,01 (a), 0,05 (b), 0,10 (c) và 0,15 (d).



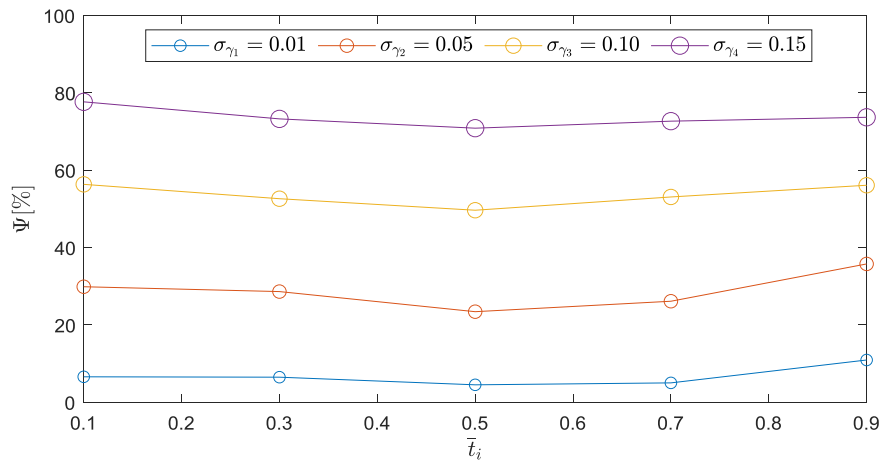
Hình 7. Gia tốc giữa dầm với các giá trị σ_γ : 0,01 (a), 0,05 (b), 0,10 (c) và 0,15 (d).

4.3. Đánh giá đặc trưng phân bố của các đáp ứng động lực học

Mức độ bất định của các ứng xử ngẫu nhiên sẽ được đánh giá theo công thức sau [21]:

$$\Psi = 100\% \cdot \left(1 - \frac{\tau_{\text{lower}}(\bar{t}_i)}{[\tau_{\text{upper}}(\bar{t}_i) + \tau_{\text{lower}}(\bar{t}_i)]/2} \right) \quad (12)$$

trong đó, $\tau_{\text{lower}}(\bar{t}_i)$ và $\tau_{\text{upper}}(\bar{t}_i)$ là giá trị biên phía dưới và biên phía trên của đặc trưng động lực học $\tau = \{u, \dot{u}, \ddot{u}\}$ ở thời điểm không thứ nguyên $\bar{t}_i = vt_i / L$.



Hình 8. Mức độ bất định của chuyển vị tại mặt cắt chính giữa dầm ở các độ lệch chuẩn.

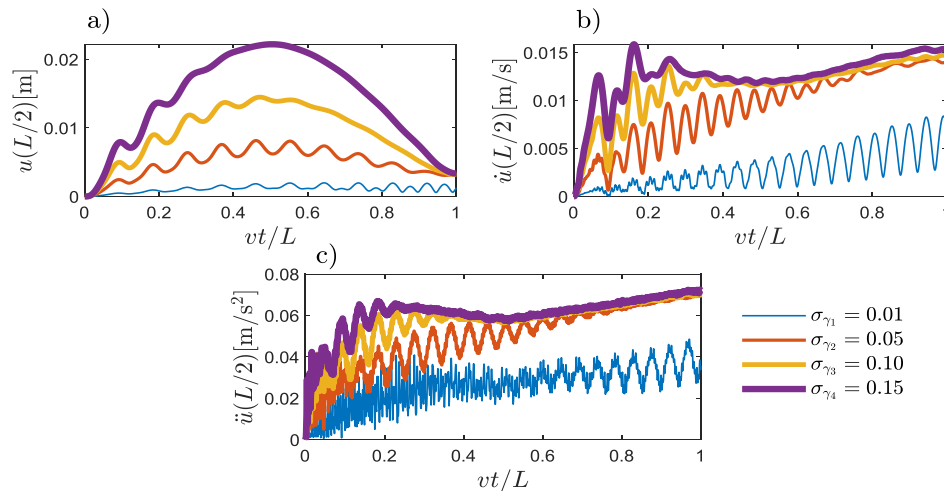
Kết quả đánh giá mức độ bất định của chuyển vị của mặt cắt giữa dầm cầu được thể hiện trên hình 8 và bảng 1 tại các thời điểm $\bar{t}_i = \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$. Kết quả tính toán cũng cho thấy sự ảnh hưởng của độ lệch chuẩn σ_γ của các đại lượng đầu vào ξ

đến mức độ bất định của đáp ứng của cầu trục τ . Khi tăng độ lệch chuẩn σ_γ từ 0,01 đến 0,15 thì tăng tương ứng giá trị của Ψ từ 6,72 % đến 73,63 %.

Bảng 1. Kết quả đánh giá mức độ bất định Ψ của chuyển vị giữa dầm

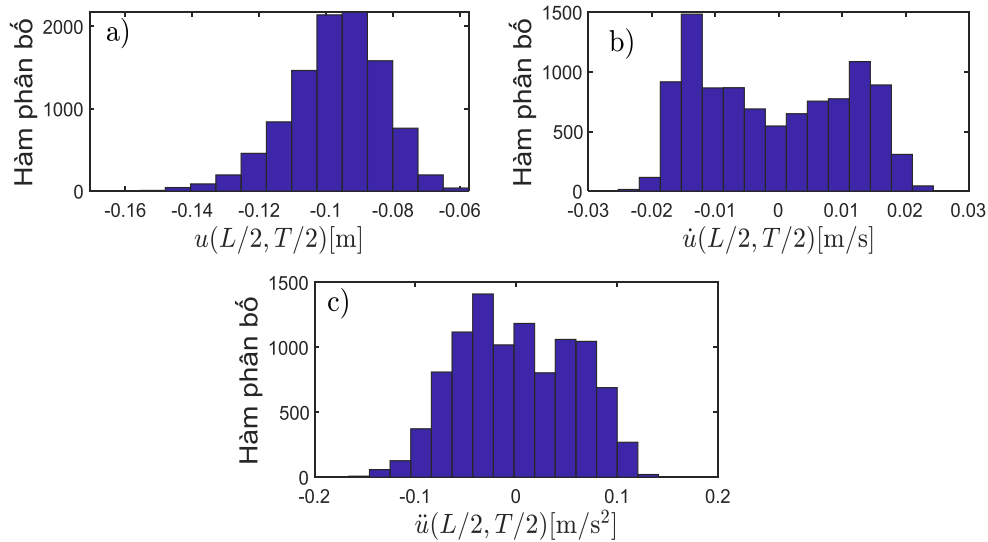
Độ lệch chuẩn, σ_γ	Vị trí của xe tời trên dầm cầu, vt_i / L [-]					Giá trị trung bình
	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	
0,01	6,59	6,50	4,52	5,02	10,94	6,72
0,05	29,87	28,62	23,43	26,13	35,77	28,77
0,10	56,34	52,63	49,65	53,08	56,11	53,56
0,15	77,67	73,27	70,86	72,68	73,68	73,63

Trong phần tiếp theo, các đặc trưng phân bố khác của các ứng xử động lực học sẽ được khảo sát. Hình 9 thể hiện độ lệch của các đặc trưng dao động (mức độ đậm của các nét thể hiện theo độ lớn của độ lệch chuẩn đầu vào). Dễ thấy rằng, tăng độ lệch chuẩn của các tham số đầu vào dẫn đến tăng độ lệch chuẩn của cả ba thông số chuyển vị, vận tốc và gia tốc. Thêm vào đó, với chuyển vị mức độ lệch chuẩn lớn nhất ở xe tời đi qua chính giữa dầm, ngược lại vận tốc và gia tốc đạt giá trị lớn ở cuối hành trình của xe tời.



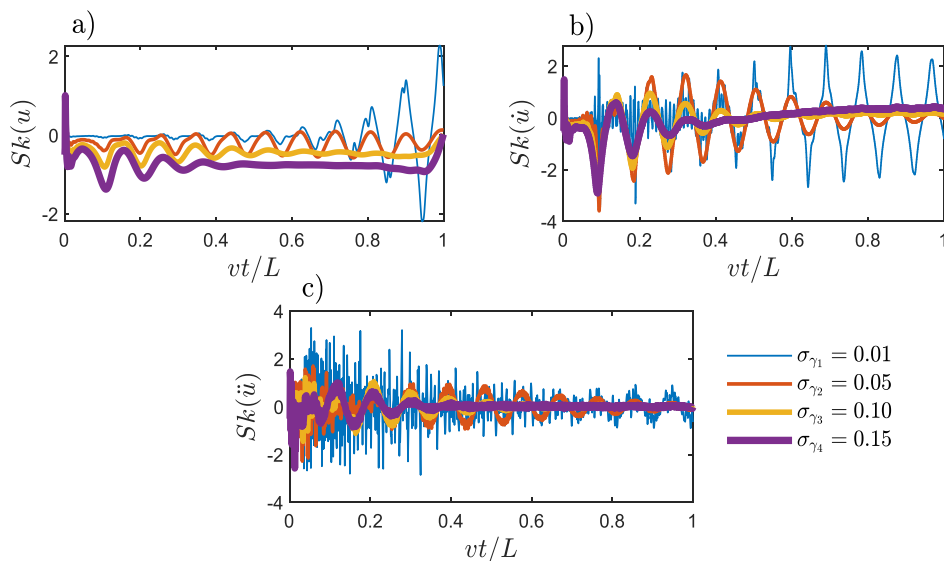
Hình 9. Độ lệch chuẩn của chuyển vị (a), vận tốc (b) và gia tốc (c).

Kết quả thể hiện trên các hình 10 đến 12 trình bày các thông tin đặc trưng phân bố của các đáp ứng động lực học. Cụ thể, hình 10 trình bày hàm phân bố của các đặc trưng động lực học khi thời điểm xe tời xuất hiện tại vị trí chính giữa dầm, $t_i = L/(2v) = T/2$, với T là thời gian xe tời đi hết chiều dài dầm cầu. Kết quả cho thấy các phân bố này rất khác biệt: Chuyển vị có phân bố lệch phải và nhọn ($S_k = -0,0278$, $K_u = 2,91$), vận tốc có phân bố lệch trái và phẳng ($S_k = 1,90$, $K_u = 7,01$) và gia tốc có phân bố lệch phải và nhọn ($S_k = -0,49$, $K_u = 2,90$).

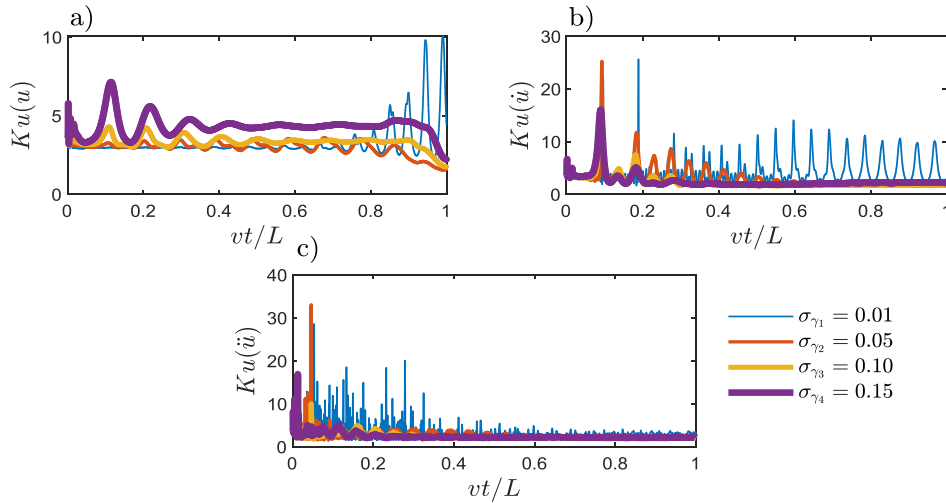


Hình 10. Hàm phân bố của chuyển vị (a), vận tốc (b) và gia tốc (c) dao động giữa dầm ($L/2$) tại thời điểm xe tời ở chính giữa dầm cầu ($T/2$).

Trên hình 11 và 12 trình bày cụ thể hơn về sự thay đổi các đặc trưng của hàm phân bố (độ lệch và độ nhọn) với tất cả các thời điểm khảo sát. Kết quả cho thấy, đặc điểm phân bố các ứng xử của hệ phụ thuộc vào cả hai yếu tố là độ lệch chuẩn của biến đầu vào và thời điểm xét hay chính là vị trí của xe tời trên dầm cầu.



Hình 11. Kết quả giá trị độ lệch hàm phân bố chuyển vị (a), vận tốc (b) và gia tốc (c).



Hình 12. Kết quả giá trị độ nhọn hàm phân bố chuyển vị (a), vận tốc (b) và gia tốc (c).

5. Kết luận

Trong bài báo này, động lực học hệ cầu trục đã được nghiên cứu khi xem xét các tham số mô hình là đại lượng ngẫu nhiên. Các tham số đầu vào của cơ hệ được giả thiết là các biến ngẫu nhiên tuân theo quy luật phân bố Gauss. Sử dụng phương pháp mô phỏng Monte-Carlo, ảnh hưởng của các đại lượng ngẫu nhiên đầu vào đến đáp ứng của hệ thống đã được khảo sát chi tiết. Kết quả nhận được cho thấy rằng: (i) Ở bài toán tắt định, cần phải sử dụng số lượng mode dao động đủ lớn để tính toán đặc tính gia tốc của cơ hệ so với trường hợp xác định các đặc tính chuyển vị và vận tốc; (ii) Độ lệch chuẩn của các tham số đáp ứng động lực học phụ thuộc vào vị trí của xe tời trên dầm cầu. Cụ thể, chuyển vị dầm cầu tại mặt cắt chính giữa dầm đạt độ lệch cực đại khi xe tời ở vị trí giữa dầm trong khi đáp ứng vận tốc và gia tốc đạt giá trị cực đại khi xe ở vị trí cuối dầm; (iii) Độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên đầu vào có ảnh hưởng lớn đến mức bất định của các đáp ứng động lực học của hệ thống, với giá trị $\sigma_{\gamma} = 0,15$ thì có thể gây ra mức bất định $\sim 75\%$ của chuyển vị dầm cầu; (iv) Các đặc tính phân bố của các tham số động lực học mô tả đáp ứng của hệ là đa dạng và hoàn toàn khác biệt với tham số ngẫu nhiên đầu vào.

Bài báo mới nghiên cứu mô hình cầu trục đơn giản và dừng lại ở đánh giá đặc trưng phân bố của các ứng xử động lực học. Hướng nghiên cứu tiếp theo có thể phát triển là mở rộng bài toán để khảo sát cho các hệ cầu trục phức tạp hoặc kể đến nhiều tham số mô hình khác có kể đến các đặc trưng ngẫu nhiên. Trên cơ sở phương pháp trình bày, nghiên cứu tối ưu thiết kế và điều khiển cầu trục với các điều kiện ràng buộc ở đó các hàm trạng thái ở công thức (9) sẽ được xây dựng và kiểm soát với các tiêu chí cụ thể (như độ võng, gia tốc dao động, góc lắc vật nâng, tốc độ làm việc).

Tài liệu tham khảo

- [1] Hong, K.-S. and U.H. Shah, *Dynamics and Control of Industrial Cranes*, Springer, 2019.
- [2] Liu, H., W. Cheng, and Y. Li, "Dynamic responses of an overhead crane's beam subjected to a moving trolley with a pendulum payload," *Shock and Vibration*, 2019.
- [3] Xin, Y., et al., "Nonlinear vibration of ladle crane due to a moving trolley," *Mathematical Problems in Engineering*, 2018.
- [4] Chen, Q., et al., "Dynamic Response of a Gantry Crane's Beam Subjected to a Two-Axle Moving Trolley," *Mathematical Problems in Engineering*, 2020.
- [5] Oguamanam, D., J. Hansen, and G. Heppler, "Dynamics of a three-dimensional overhead crane system," *Journal of Sound and Vibration*, 242(3), pp. 411-426, 2001.
- [6] Oguamanam, D., J. Hansen, and G. Heppler, "Dynamic response of an overhead crane system," *Journal of Sound and Vibration*, 213(5), pp. 889-906, 1998.
- [7] Toxqui, R., W. Yu, and X. Li., "Anti-swing control for overhead crane with neural compensation," in *The 2006 IEEE International Joint Conference on Neural Network Proceedings*, 2006, IEEE.
- [8] Gašić, V., et al., "Consideration of moving oscillator problem in dynamic responses of bridge cranes," *FME Transactions*, 39(1), pp. 17-24, 2011.
- [9] Patel, P.R. and V. Patel, "A review on structural analysis of overhead crane girder using FEA technique," *International Journal of Engineering, Science and Innovative Technology*, 2(4), pp. 41-44, 2013.
- [10] Arena, A., et al., "Dynamics of container cranes: Three-dimensional modeling, full-scale experiments, and identification," *International Journal of Mechanical Sciences*, 93, pp. 8-21, 2015.
- [11] Zrnić, N., et al., "Moving loads in structural dynamics of cranes: Bridging the gap between theoretical and practical researches," *FME Transactions*, 41(4), pp. 291-297, 2013.
- [12] Yazid, E., S. Parman, and K. Fuad, "Vibration analysis of flexible gantry crane system subjected swinging motion of payload," *Journal of Applied Sciences*, 11(10), pp. 1707-1715, 2011.
- [13] Xin, Y., G. Xu, and N. Su, "Dynamic Optimization Design of Cranes Based on Human-Crane-Rail System Dynamics and Annoyance Rate," *Shock and Vibration*, 2017.
- [14] Bogdevičius, M. and A. Vika, "Investigation of the dynamics of an overhead crane lifting process in a vertical plane," *Transport*, 20(5), pp. 176-180, 2005.
- [15] Van Hai, T., et al., "Failure probability analysis of overhead crane bridge girders within uncertain design parameters," *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE) - HUCE*, 14(3), pp. 125-135, 2020.
- [16] Fan, X., P. Wang, and F. Hao, "Reliability-based design optimization of crane bridges using Kriging-based surrogate models," *Structural Multidisciplinary Optimization*, 59(3), pp. 993-1005, 2019.

- [17] Smith, R.C., "Uncertainty quantification: Theory, implementation, and applications," *SIAM-Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 12, 2013.
- [18] Kapur, K.C. and L.R.J.N.Y. Lamberson, *Reliability in Engineering Design*, 1977.
- [19] Marek, P., et al., "Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulations," *Applied Mechanics Reviews*, 55(2), pp. B31-B32, 2002.
- [20] Baroth, J., et al., "An efficient SFE method using Lagrange polynomials: Application to nonlinear mechanical problems with uncertain parameters" *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(45-48), pp. 4419-4429, 2007.
- [21] Peng, H., et al., "Interval estimation and optimization for motion trajectory of overhead crane under uncertainty," *Nonlinear Dynamics*, 96(2), pp. 1693-1715, 2019.
- [22] Yang, Y. and C. Lin, "Vehicle-bridge interaction dynamics and potential applications," *Journal of Sound and Vibration*, 284(1-2), pp. 205-226, 2005.
- [23] Newmark, N.M., "A method of computation for structural dynamics," *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85(3), pp. 67-94, 1959.

VIBRATION RESPONSES OF OVERHEAD CRANE GIRDER WITH THE MODEL PARAMETERS AS RANDOM VARIABLES

Abstract: According to the stochastic design method, the state functions of the design conditions are often built with the appearance of the input random variables with the hypothetical distribution functions and the random responses obtained from the solution of the computational model. This article investigates dynamic behavior of an overhead crane within the system parameters as random variables. First, the physical modeling and differential equation describing the motion of the crane system are derived using the Lagrange equation. Then, the numerical Newmark- β integral method is applied for characterizing dynamic responses of the crane system. Finally, the dynamic responses of the bridge beam are investigated when assuming the model parameters follow the normal distribution. The obtained results show that the distribution characteristics of the vibration response parameters of the bridge girder depend on the standard deviation of the input parameters and the position of the trolley during the investigation time. Specifically, a standard deviation value of 0.15 can cause an uncertainty $\sim 75\%$ of displacement at the cross-section in the middle of the girder.

Keywords: Overhead crane; vibration response; uncertainty quantification; Monte-Carlo simulations.

Nhận bài: 11/01/2022; Hoàn thiện sau phản biện: 02/12/2022; Chấp nhận đăng: 22/03/2023

