

MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA ĐA THỨC NỘI SUY LAGRANGE TRONG THỰC TẾ

Nguyễn Thu Thuỷ và Lê Thị Hà
Khoa Toán Tin, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội

Tóm tắt. Trong bài báo này, chúng tôi dùng phương pháp nội suy Lagrange để giải quyết một số bài toán trong nông nghiệp và trong y tế ở Việt Nam. Các dữ liệu được dùng trong bài báo này được trích xuất từ dữ liệu của Tổng cục thống kê Việt Nam. Phương pháp nội suy Lagrange là một mô hình tốt cho việc dự báo về tình hình sản xuất trong nông nghiệp cũng như vấn đề tương quan giữa đội ngũ y bác sĩ và số giường bệnh trong các cơ sở y tế ở Việt Nam.

Từ khóa: đa thức nội suy, Lagrange, nông nghiệp, y tế.

1. Mở đầu

Việc sử dụng những mô hình Toán học trong sản xuất nông nghiệp, nghiên cứu khoa học và công nghệ, y tế,... đem lại nhiều kết quả có ý nghĩa. Chẳng hạn như, dựa vào các mô hình Toán học người ta có thể lên kế hoạch sản xuất, tối ưu hoá nguồn lực, tài nguyên, phân bổ lao động phù hợp, nâng cao năng suất lao động,...

Trong thực tế, thông qua những kết quả đo lường, thực nghiệm, hoặc những dữ liệu thực tế của những năm trước, ta nhận được dữ liệu y_i tại các điểm hữu hạn rời rạc x_i . Từ những dữ liệu đó, chúng ta cần ước lượng các dữ liệu tại những điểm khác. Để giải quyết vấn đề này thì mô hình Toán học thường được sử dụng là phương pháp nội suy. Đây là một trong những kỹ thuật cơ bản và hiệu quả nhất. Với phương pháp nội suy, ta xây dựng một đa thức mà nó nhận giá trị y_i tại điểm x_i . Một số phương pháp nội suy như nội suy tuyến tính, nội suy Newton lùi, nội suy Newton tiến, nội suy Stirling, nội suy Lagrange,... có nhiều ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau, như trong Toán học, Khoa học kỹ thuật, Nông nghiệp,... Chúng ta có thể thấy nhiều tài liệu đề cập đến phương pháp nội suy trong Toán học hay trong Khoa học kỹ thuật. Phương pháp nội suy cũng được sử dụng để giải quyết một số bài toán trong Giáo dục (xem [1, 2]) hay trong sản xuất

Ngày nhận bài: 12/3/2022. Ngày sửa bài 22/3/2022. Ngày nhận đăng: 29/3/2022.

Tác giả liên hệ: Nguyễn Thu Thuỷ. Địa chỉ e-mail: ntthuy@hnue.edu.vn

sữa (xem [3]). Tuy nhiên việc ứng dụng trong Nông nghiệp hay Y tế thì chưa được biết đến một cách rộng rãi ở trong nước. Trong bài báo này, ở Mục 2.2. chúng tôi sử dụng phương pháp nội suy Lagrange trong việc mô hình hoá sản lượng lúa và diện tích trồng trong Nông nghiệp, cụ thể ở vùng Đồng bằng sông Hồng và Đồng bằng sông Cửu Long. Ở Mục 2.3 chúng tôi cũng sử dụng phương pháp này để đưa ra mối tương quan giữa số giường bệnh và số bác sĩ trong một số năm gần đây.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Đa thức nội suy Lagrange

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[a, b]$ và hệ $n + 1$ mốc nội suy phân biệt x_0, x_1, \dots, x_n trên $[a, b]$. Cho $y_i = f(x_i)$ với mọi $i = 0, 1, \dots, n$.

Định nghĩa 2.1. (Xem [4]) Đa thức

$$L(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x) \quad (2.1)$$

trong đó $L_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$ với $i = 0, 1, \dots, n$, được gọi là đa thức nội suy Lagrange của hàm số $y = f(x)$ ứng với các mốc nội suy x_0, x_1, \dots, x_n .

Chú ý 2.1. Đa thức nội suy Lagrange của hàm số $y = f(x)$ ứng với các mốc nội suy x_0, x_1, \dots, x_n có bậc không vượt quá n và tồn tại duy nhất.

Trong Mục 2.2 và Mục 2.3 chúng tôi sử dụng Code Scilab để tính giá trị của đa thức nội suy Lagrange tại điểm bất kì như sau:

```
function P=Lagrange(x,y,xx)
n=length(x);
P=0;
for k=1:n
Phi=1
for i=1:n
if i<>k then
Phi=Phi*(xx-x(i))/(x(k)-x(i));
end
end
P=P+Phi*y(k);
end
disp(P,"Gia tri cua P")
endfunction
```

2.2. Ứng dụng của đa thức nội suy Lagrange trong nông nghiệp

Trong mục này chúng tôi xem xét tình hình trồng lúa ở hai vùng, đó là vùng Đồng bằng sông Hồng và Đồng bằng sông Cửu Long trong những năm gần đây. Số liệu được lấy từ trang của Tổng cục thống kê Việt Nam [5].

Sản lượng lúa (đơn vị tính: nghìn tấn) và diện tích trồng lúa (đơn vị tính: nghìn ha) ở Đồng bằng sông Hồng từ năm 2014 đến năm 2019 được cho bởi Bảng 1 (xem [6, 7]).

Bảng 1. Diện tích trồng và sản lượng lúa của Đồng bằng sông Hồng

Năm	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Diện tích	1122, 7	1110, 9	1094, 4	1071, 4	1040, 8	1012, 3
Sản lượng	6759, 8	6729, 5	6545	6083, 3	6298	6134, 0

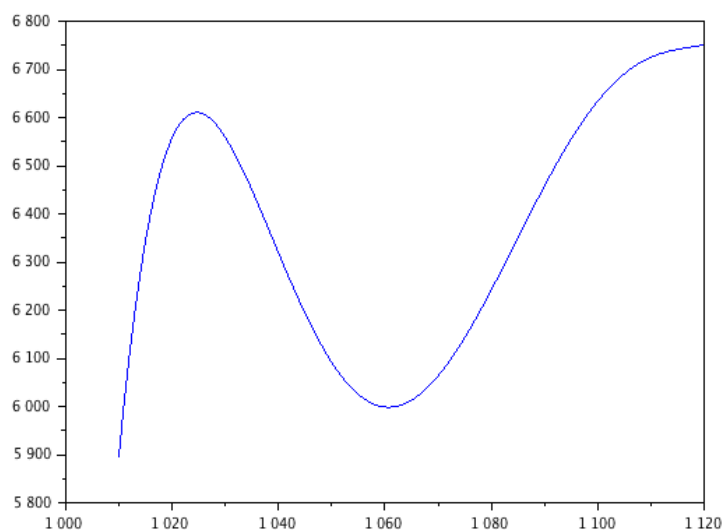
Từ Bảng 1 ta tính được sản lượng lúa trung bình của Đồng bằng sông Hồng từ năm 2014 đến năm 2019 là 5,974 (tấn/ha).

Đa thức nội suy Lagrange thể hiện mối tương quan giữa diện tích trồng lúa (các đại lượng x_i) và sản lượng lúa (các đại lượng y_i) của Đồng bằng sông Hồng như sau:

$$\begin{aligned}
 L(x) = & \\
 & 6759,8 \frac{(x - 1110,9)(x - 1094,4)(x - 1071,4)(x - 1040,8)(x - 1012,3)}{(1122,7 - 1110,9)(1122,7 - 1094,4)(1122,7 - 1071,4)(1122,7 - 1040,8)(1122,7 - 1012,3)} \\
 & + 6729,5 \frac{(x - 1122,7)(x - 1094,4)(x - 1071,4)(x - 1040,8)(x - 1012,3)}{(1110,9 - 1122,7)(1110,9 - 1094,4)(1110,9 - 1071,4)(1110,9 - 1040,8)(1110,9 - 1012,3)} \\
 & + 6545 \frac{(x - 1122,7)(x - 1110,9)(x - 1071,4)(x - 1040,8)(x - 1012,3)}{(1094,4 - 1122,7)(1094,4 - 1110,9)(1094,4 - 1071,4)(1094,4 - 1040,8)(1094,4 - 1012,3)} \\
 & + 6083,3 \frac{(x - 1122,7)(x - 1110,9)(x - 1094,4)(x - 1040,8)(x - 1012,3)}{(1071,4 - 1122,7)(1071,4 - 1110,9)(1071,4 - 1094,4)(1071,4 - 1040,8)(1071,4 - 1012,3)} \\
 & + 6298 \frac{(x - 1122,7)(x - 1110,9)(x - 1094,4)(x - 1071,4)(x - 1012,3)}{(1040,8 - 1122,7)(1040,8 - 1110,9)(1040,8 - 1094,4)(1040,8 - 1071,4)(1040,8 - 1012,3)} \\
 & + 6134 \frac{(x - 1122,7)(x - 1110,9)(x - 1094,4)(x - 1071,4)(x - 1040,8)}{(1012,3 - 1122,7)(1012,3 - 1110,9)(1012,3 - 1094,4)(1012,3 - 1071,4)(1012,3 - 1040,8)}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Hình 1 biểu diễn đồ thị của đa thức nội suy Lagrange $L(x)$, $x \in [1010, 1120]$ xác định bởi (2.2).

Sử dụng đa thức nội suy Lagrange, sản lượng lúa trồng trên các diện tích 1010, 1020, 1030, ..., 1120 (nghìn ha) (chính là các giá trị $f(1010)$, $f(1020)$, ..., $f(1120)$), cho bởi Bảng 2.



Hình 1. Đồ thị của đa thức nội suy Lagrange $L(x)$ xác định bởi (2.2)

Bảng 2. Diện tích trồng và sản lượng lúa của Đồng bằng sông Hồng tính theo đa thức nội suy Lagrange

Diện tích	Sản lượng
1010	5891,9
1020	6560,4
1030	6561,2
1040	6319,2
1050	6090,7
1060	5998,1
1070	6063,5
1080	6242,8
1090	6458,9
1100	6634,7
1110	6725,5
1120	6751,5

Từ Bảng 2 ta có sản lượng lúa trung bình là 5,970 (tấn/ha). Giá trị trung bình này xấp xỉ với giá trị trung bình thực tế 5,974 (tấn/ha) với độ chính xác 10^{-3} .

Tiếp theo ta xem xét sản lượng lúa (đơn vị tính: nghìn tấn) và diện tích trồng lúa (đơn vị tính: nghìn ha) của Đồng bằng sông Cửu Long với dữ liệu được cho bởi Bảng 3 (xem [6, 7]).

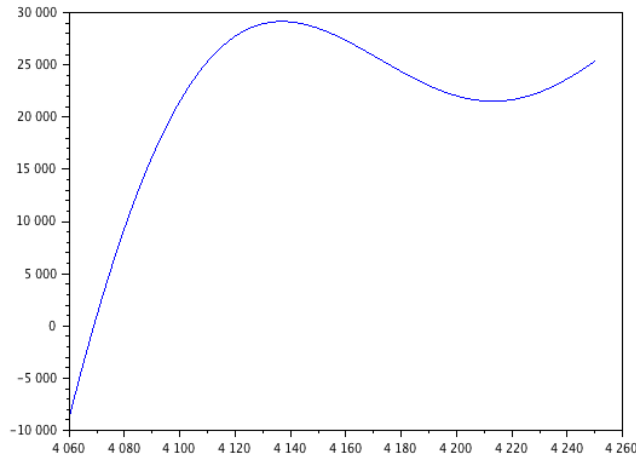
Bảng 3. Diện tích trồng và sản lượng lúa của Đồng bằng sông Cửu Long

Năm	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Diện tích trồng	4249,5	4301,5	4241,1	4185,3	4107,5	4068,9
Sản lượng	25245,6	25583,7	23831	23609	24506,9	24310

Đa thức nội suy Lagrange là:

$$\begin{aligned}
 L(x) = & \\
 & 25245,6 \frac{(x - 4301,5)(x - 4241,1)(x - 4185,3)(x - 4107,5)(x - 4068,9)}{(4249,5 - 4301,5)(4249,5 - 4241,1)(4249,5 - 4185,3)(4249,5 - 4107,5)(4249,5 - 4068,9)} \\
 & + 25583,7 \frac{(x - 4249,5)(x - 4241,1)(x - 4185,3)(x - 4107,5)(x - 4068,9)}{(4301,5 - 4249,5)(4301,5 - 4241,1)(4301,5 - 4185,3)(4301,5 - 4107,5)(4301,5 - 4068,9)} \\
 & + 23831 \frac{(x - 4249,5)(x - 4301,5)(x - 4185,3)(x - 4107,5)(x - 4068,9)}{(4241,1 - 4249,5)(4241,1 - 4301,5)(4241,1 - 4185,3)(4241,1 - 4107,5)(4241,1 - 4068,9)} \\
 & + 23609 \frac{(x - 4249,5)(x - 4301,5)(x - 4241,1)(x - 4107,5)(x - 4068,9)}{(4185,3 - 4249,5)(4185,3 - 4301,5)(4185,3 - 4241,1)(4185,3 - 4107,5)(4185,3 - 4068,9)} \\
 & + 24506,9 \frac{(x - 4249,5)(x - 4301,5)(x - 4241,1)(x - 4185,3)(x - 4068,9)}{(4107,5 - 4249,5)(4107,5 - 4301,5)(4107,5 - 4241,1)(4107,5 - 4185,3)(4107,5 - 4068,9)} \\
 & + 24310 \frac{(x - 4249,5)(x - 4301,5)(x - 4241,1)(x - 4185,3)(x - 4107,5)}{(4068,9 - 4249,5)(4068,9 - 4301,5)(4068,9 - 4241,1)(4068,9 - 4185,3)(4068,9 - 4107,5)} \\
 & \tag{2.3}
 \end{aligned}$$

Hình 2 biểu diễn đồ thị của đa thức nội suy Lagrange $L(x)$, $x \in [4060, 4260]$ xác định bởi (2.3).



Hình 2. Đồ thị của đa thức nội suy Lagrange $L(x)$ xác định bởi (2.3)

Sử dụng đa thức nội suy Lagrange ta tính được sản lượng lúa trồng trên các diện tích 4070, 4090, 4110, ..., 4250 (nghìn ha), được cho bởi Bảng 4.

Từ Bảng 4 ta tính được sản lượng lúa trung bình là 5,845 (tấn/ha). Giá trị trung bình này xấp xỉ với giá trị trung bình thực tế tính theo Bảng 3 là 5,848 (tấn/ha) với độ chính xác 10^{-3} .

Bảng 4. Diện tích trồng và sản lượng lúa của Đồng bằng sông Cửu Long tính theo đa thức nội suy Lagrange

Diện tích	Sản lượng
4070	24001,5
4090	22572,1
4110	24829,9
4130	26817,3
4150	26948,1
4170	25334,1
4190	23110,6
4210	21762,6
4230	22450,6
4250	25336,7

2.3. Ứng dụng của đa thức nội suy Lagrange trong y tế

Trong mục này chúng tôi đưa ra một ứng dụng của đa thức nội suy Lagrange trong Y tế, chỉ ra mối tương quan giữa số giường bệnh và số bác sĩ trong hệ thống y tế của Việt Nam.

Theo số liệu của Tổng cục thống kê (xem [8]) số giường bệnh (đơn vị tính nghìn giường) và số bác sĩ (đơn vị tính nghìn người) của y tế Việt Nam trong các năm từ năm 2015 đến năm 2019 được thống kê trong Bảng 5.

Từ Bảng 5 ta tính được trung bình là 0,257 bác sĩ trên một giường bệnh (nói một cách khác là trung bình 257 bác sĩ trên 1000 giường bệnh).

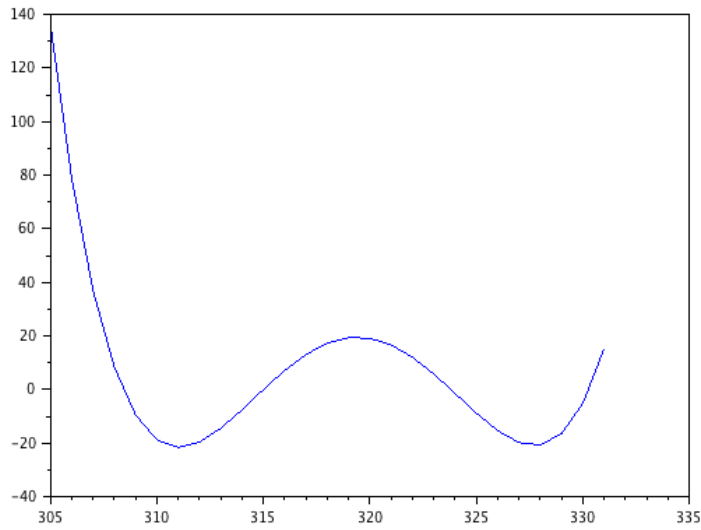
Bảng 5. Số giường bệnh và số bác sĩ ở Việt Nam

Năm	2015	2016	2017	2018	2019
Số giường bệnh	306,1	315	308,4	330,3	323,8
Số bác sĩ	73,8	77,5	74,4	84,8	96,2

Ta coi số giường là các giá trị x_i ($i = 0, 1, \dots, 4$) và số bác sĩ là các giá trị y_i ($i = 0, 1, \dots, 4$). Khi đó ta có đa thức nội suy Lagrange là:

$$\begin{aligned}
 L(x) = & \\
 & 73,8 \frac{(x - 315)(x - 308,4)(x - 330,3)(x - 323,8)}{(306,1 - 315)(306,1 - 308,4)(306,1 - 330,3)(306,1 - 323,8)} \\
 & + 77,5 \frac{(x - 306,1)(x - 308,4)(x - 330,3)(x - 323,8)}{(315 - 306,1)(315 - 308,4)(315 - 330,3)(315 - 323,8)} \\
 & + 74,4 \frac{(x - 306,1)(x - 315)(x - 330,3)(x - 323,8)}{(308,4 - 306,1)(308,4 - 315)(308,4 - 330,3)(308,4 - 323,8)} \\
 & + 84,8 \frac{(x - 306,1)(x - 315)(x - 308,4)(x - 323,8)}{(330,3 - 306,1)(330,3 - 315)(330,3 - 308,4)(330,3 - 323,8)} \\
 & + 96,2 \frac{(x - 306,1)(x - 315)(x - 308,4)(x - 330,3)}{(323,8 - 306,1)(323,8 - 315)(323,8 - 308,4)(323,8 - 330,3)}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Hình 3 biểu diễn đồ thị của đa thức nội suy Lagrange $L(x)$, $x \in [305, 335]$ xác định bởi (2.4).



Hình 3. Đồ thị của đa thức nội suy Lagrange $L(x)$ xác định bởi (2.4)

Sử dụng đa thức nội suy Lagrange (2.4) tính số bác sĩ tương ứng với số giường bệnh 305, 307, 309, ..., 325 (nghìn giường), ta được Bảng 6.

Từ Bảng 6 ta tính được trung bình 0,259 bác sĩ trên một giường bệnh. Giá trị trung bình này xấp xỉ với giá trị trung bình thực tế 0,257 (bác sĩ trên một giường bệnh) với độ chính xác là 10^{-3} .

Bảng 6. Số giường bệnh và số bác sĩ tính theo đa thức nội suy Lagrange

Số giường bệnh (nghìn giường)	Số bác sĩ (nghìn người)
305	72,8
307	74,2
309	74,4
311	74,6
313	75,4
315	77,5
317	80,9
319	85,3
321	90,2
323	94,8
325	97,7

3. Kết luận

Trong nghiên cứu này, sản lượng lúa trung bình tính theo thực tế và tính theo đa thức nội suy Lagrange là rất gần nhau với các tỉnh Đồng bằng sông Hồng và Đồng bằng sông Cửu Long. Khi tính trung bình số bác sĩ trên một giường bệnh thì kết quả thực tế và kết quả tính theo đa thức nội suy cũng rất gần nhau. Điều này cho thấy phép nội suy Lagrange là một phép nội suy tốt để đưa ra những dự đoán trong nông nghiệp cũng như trong y tế. Chúng ta có thể sử dụng kết quả của phép nội suy để đưa ra diện tích lúa cần trồng vào những năm tiếp theo để đạt được sản lượng mà chúng ta mong muốn cũng như tính được số bác sĩ cần có khi chúng ta muốn tăng số giường bệnh tại các cơ sở y tế.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S. Hussain, V. K. Srivastav and S. Thota, 2015. Assessment of interpolation methods for solving the real life problem. *International Journal of Mathematical sciences and applications*, Vol 5, No 1, pp. 91-95.
- [2] Z. Trifunov, L. Zenku, T. Jusufi-Zenku, 2021. Application of Newton's Backward Interpolation Using Wolfram Mathematica. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, Vol 67, Issue 2, pp. 53-56.
- [3] Senol Celik, 2018. Using Lagrange interpolation to determine the milk production amount by the number of milked animals. *American Journal of Engineering Research (AJER)*, Vol 7, Issue 8, pp. 264-271.
- [4] Richard L. Burden and J. Douglas Faires, 2010. *Numerical Analysis*, 9th edition, Cengage Learning.
- [5] Tổng cục thống kê gso.gov.vn.
- [6] <https://www.gso.gov.vn/px-web-2/?pxid=V0613>.
- [7] <https://www.gso.gov.vn/px-web-2/?pxid=V0615>.
- [8] <https://www.gso.gov.vn/px-web-2/?pxid=V1106>.

ABSTRACT

Some applications of Lagrange interpolation polynomials in practice

Nguyen Thu Thuy and Le Thi Ha

Faculty of Mathematics-Informatics, Hanoi National University of Education

In this paper, we use Lagrange interpolation method to solve some problems in Agriculture and Health in Vietnam. The data used in this paper are extracted from the data of the General Statistics Office of Vietnam. The Lagrange interpolation method is a good model for forecasting agricultural production as well as the correlation between the number of doctors and the number of hospital beds in medical facilities in Vietnam.

Keywords: interpolation polynomial, Lagrange, agriculture, heathy.