

VẬN DỤNG CÁC NGUYÊN TẮC “PHÂN NHỎ”, “ĐẢO NGƯỢC” VÀ “GIẢI THỪA HOẶC THIẾU” CỦA ALTSHULLER TRONG DẠY HỌC HÌNH HỌC THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC SÁNG TẠO CHO HỌC SINH CHUYÊN TOÁN TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Nguyễn Xuân Quỳnh

Trường trung học phổ thông Chuyên Hùng Vương, Phú Thọ

Tóm tắt. Ngày nay, trong xu hướng phát triển nền kinh tế tri thức, với bối cảnh cuộc cách mạng công nghiệp lần thứ 4, bên cạnh những ưu thế về nhân công, thương hiệu, còn có một yếu tố khác quyết định sự thành công của doanh nghiệp, đó chính là khả năng cạnh tranh về sáng tạo. Từ thực tiễn đó, giáo dục và đào tạo cần phải hình thành và phát triển nguồn nhân lực có năng lực sáng tạo. Bài viết đề cập đến việc vận dụng một số nguyên tắc sáng tạo của Altshuller như nguyên tắc “Đảo ngược”, nguyên tắc “Phân nhỏ”, nguyên tắc “Giải thừa hoặc thiếu” trong dạy học hình học theo hướng phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh chuyên toán trung học phổ thông.

Từ khóa: Năng lực, năng lực sáng tạo, nguyên tắc sáng tạo của Altshuller, dạy học hình học, học sinh chuyên toán.

1. Mở đầu

Kinh tế tri thức là nền kinh tế trong đó sự sản sinh ra, phổ cập và sử dụng tri thức đóng vai trò quyết định đối với sự phát triển kinh tế, tạo ra của cải, nâng cao chất lượng cuộc sống. Trong bối cảnh cách mạng công nghiệp lần thứ tư đang diễn ra, kinh tế tri thức gắn liền với cuộc cách mạng số, internet vạn vật, trí tuệ nhân tạo và phân tích dữ liệu lớn. Để xây dựng và phát triển nền kinh tế tri thức, cần đào tạo nguồn nhân lực chất lượng cao cho xã hội.

Thuật ngữ: *Giáo dục dựa trên năng lực* hay *Giáo dục tiếp cận năng lực* (Competency Based Education - CBE) đã được các nhà giáo dục học Hoa Kỳ đề cập đến từ những năm 1970. Trong đó, thay vì trả lời câu hỏi: *Biết làm gì?* Học sinh (HS) cần trả lời câu hỏi: *Biết làm gì từ những điều đã biết?* [1, 2]. Đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo ở Việt Nam đang hướng đến mục tiêu phát triển phẩm chất, năng lực người học, trong đó năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo được xem là năng lực cốt lõi mà người học cần đạt [3, 4].

Nghiên cứu về năng lực sáng tạo (NLST) của HS phổ thông ở Việt nam, Phạm Thị Bích Đào (2014) quan niệm: “NLST của HS trung học phổ thông (THPT) là năng lực tìm thấy cái mới, cách giải quyết mới, năng lực phát hiện và giải quyết có hiệu quả cao về các vấn đề đặt ra trong học tập, năng lực phát hiện ra điều chưa biết, chưa có và tạo ra cái chưa biết, cái chưa có, không bị gò bó, phụ thuộc vào cái đã biết, đã có, suy nghĩ không theo lối mòn” [5].

Ngày nhận bài: 11/6/2019. Ngày sửa bài: 17/7/2019. Ngày nhận đăng: 24/7/2019.

Tác giả liên hệ: Nguyễn Xuân Quỳnh. Địa chỉ e-mail: quynhchv@gmail.com

Theo Đặng Thị Thu Huệ (2019): “NLST của HS là thuộc tính cá nhân được hình thành và phát triển nhờ tổ chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, thôi thúc HS tạo ra ý tưởng mới có giá trị trước hết đối với bản thân, tìm kiếm được giải pháp và vận dụng thành công ý tưởng đó” [6].

Đa số các nhà nghiên cứu giáo dục đều có quan điểm: Ở một mức độ nào đó, tất cả mọi người đều có NLST; NLST sẽ được bộc lộ rõ nét khi cá nhân được đặt trong tình huống phù hợp; sáng tạo có thể học được và dạy được, nghĩa là có thể sử dụng các biện pháp sư phạm để phát triển NLST của người học [7-10].

Một số tác giả cũng đã đề cập tới việc phát triển tư duy sáng tạo cho HS trong học tập môn Toán [9-12]. Tác giả Trần Thị Bích Liễu đề cao vai trò của tò mò, tưởng tượng trong việc phát triển năng lực sáng tạo cho HS [13]. Các ví dụ trong các tài liệu nêu trên chủ yếu thuộc các phân môn Số học, Đại số và Giải tích trong khi nội dung Hình học ít được đề cập.

Trong chương trình phổ thông, phân môn Hình học chứa nhiều yếu tố trực quan và gần gũi với cuộc sống, tuy nhiên nó lại đòi hỏi trí tưởng tượng phong phú, tư duy logic, trừu tượng và sáng tạo. Việc áp dụng tư duy thuật toán trong các phân môn Đại số, Giải tích được sử dụng khá thường xuyên. Nhưng trong Hình học, nếu không sử dụng phương pháp tọa độ, việc giải quyết vấn đề là rất đa dạng, không có khuôn mẫu sẵn có giống như thuật toán giải phương trình bậc hai của Đại số. Chính vì vậy, việc trang bị cho học sinh các công cụ, cách thức để tiếp cận và giải quyết vấn đề sẽ giúp các em có suy nghĩ linh hoạt, đa chiều, góp phần phát triển năng lực sáng tạo cho các em.

Dựa trên một số nguyên tắc sáng tạo trong khoa học kỹ thuật của Altshuller [7], vận dụng vào quá trình dạy học, bài viết đề xuất một số biện pháp dạy học Hình học theo hướng phát triển năng lực sáng tạo cho HS chuyên toán THPT. Mỗi biện pháp là sự vận dụng một nguyên tắc sáng tạo, trong đó có các ví dụ cụ thể cùng các nhận xét, bình luận và cách thức thực hiện để GV và HS tham khảo.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Các nguyên tắc sáng tạo cơ bản do Altshuller đề xuất

Genrikh Saulovich Altshuller (1926-1998) sinh ra tại Uzbekistan, giảng viên của đại học Baku (Azerbaijan) trong nhiều năm. Ông là tác giả của hàng trăm phát minh, sáng chế; là nhà văn viết truyện khoa học viễn tưởng [7].

Xuất phát từ ý tưởng xây dựng một lý thuyết giúp bất kỳ người bình thường nào cũng có thể tạo ra các sáng chế, ông đã nghiên cứu và đề xuất hệ thống 40 nguyên tắc (thủ thuật) sáng tạo cơ bản, chủ yếu áp dụng trong khoa học kỹ thuật, đó là các nguyên tắc: (1) Phân nhỏ; (2) Tách khỏi; (3) Phẩm chất cục bộ; (4) Phản đối xứng; (5) Kết hợp; (6) Vận năng; (7) Chứa trong; (8) Phản trọng lượng; (9) Gây ứng suất sơ bộ; (10) Thực hiện sơ bộ; (11) Dự phòng; (12) Đẳng thế; (13) Đảo ngược; (14) Cầu (tròn) hóa; (15) Linh động; (16) Giải thừa hoặc thiếu; (17) Chuyển sang chiều khác; (18) Sử dụng các dao động cơ học; (19) Tác động theo chu kỳ; (20) Liên tục tác động có ích; (21) Vượt nhanh; (22) Biến hại thành lợi; (23) Quan hệ phản hồi; (24) Sử dụng trung gian; (25) Tự phục vụ; (26) Sao chép; (27) Rẻ thay cho đắt; (28) Thay thế sơ đồ cơ học; (29) Sử dụng các kết cấu khí và lỏng; (30) Sử dụng vỏ dẻo và màng mỏng; (31) Sử dụng vật liệu nhiều lỗ; (32) Thay đổi màu sắc; (33) Đồng nhất; (34) Phân hủy hoặc tái sinh các phần; (35) Thay đổi các thông số hóa lý của đối tượng; (36) Sử dụng chuyển pha; (37) Sử dụng sự nở nhiệt; (38) Sử dụng chất oxy hóa mạnh; (39) Thay đổi độ trơ; (40) Sử dụng vật liệu hợp thành composit. Đây cũng là nền tảng để Altshuller hoàn thiện “Lý thuyết giải các bài toán sáng chế” (TRIZ). Ngày nay TRIZ được áp dụng và giảng dạy ở nhiều nơi trên thế giới trong đó có Việt Nam [7].

2.2. Vận dụng các nguyên tắc “Phân nhỏ”, “Đảo ngược” và “Giải thừa hoặc thiếu” của Altshuller trong dạy học hình học theo hướng phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh chuyên Toán trung học phổ thông

Một số nguyên tắc sáng tạo cơ bản do Altshuller đề xuất trong khoa học kỹ thuật cũng có thể vận dụng được vào các lĩnh vực khác. Trong quá trình dạy học phân môn Hình học ở trường THPT chuyên, giáo viên (GV) có thể hướng dẫn HS vận dụng một số nguyên tắc như: “Phân nhỏ”, “Đảo ngược”, “Giải thừa hoặc thiếu” để chiếm lĩnh tri thức và giải quyết các nhiệm vụ trong học tập cũng như trong thực tiễn một cách chủ động, linh hoạt, qua đó góp phần phát triển năng lực sáng tạo cho các em.

2.2.1. Nguyên tắc “Phân nhỏ”

Nội dung nguyên tắc:

Chia đối tượng thành các phần độc lập; làm đối tượng trở nên tháo lắp được; tăng mức độ phân nhỏ của đối tượng.

Một số ví dụ về vận dụng nguyên tắc “Phân nhỏ” trong khoa học kỹ thuật:

- Dây dẫn điện một lõi đặc có nhược điểm là sợi dây cứng, khó cuộn tròn, dễ bị đứt khi gấp khúc. Người ta thay thế chúng bởi loại dây gồm nhiều sợi nhỏ thì các nhược điểm trên đều được khắc phục.

- Thước đo độ dài bằng bằng một thanh cứng có nhược điểm là khó đo vật có kích thước lớn. Chúng được cải tiến bằng cách phân nhỏ thành thước gấp hoặc thước cuộn.

- Báo khổ rộng được in thành những cột nhỏ cho dễ đọc.

- Thay vì làm bánh xe có kích thước lớn, nhiều bánh nhỏ chạy trên vòng xích giúp xe tăng di chuyển được trên nhiều địa hình dù có khối lượng rất lớn.

- Khi sản xuất tàu thủy cỡ lớn, người ta thường chia hạm tàu thành nhiều ngăn nhỏ độc lập với nhau để dễ khắc phục sự cố nếu một ngăn bị thủng.

Một số ví dụ về vận dụng nguyên tắc “Phân nhỏ” trong dạy học hình học:

Việc chia một bài toán ban đầu thành nhiều bài toán nhỏ, dễ giải quyết hơn là một kỹ thuật quan trọng trong dạy học môn Toán nói chung và phân môn Hình học nói riêng. Sau đây là một số ví dụ về vận dụng nguyên tắc “Phân nhỏ” trong dạy học Hình học:

Ví dụ 1

Cho ABC là tam giác không vuông, trực tâm H . Chứng minh rằng, điều kiện cần và đủ để tam giác ABC cân tại A là đường tròn nội tiếp các tam giác ABH và ACH có bán kính bằng nhau.

Nhận xét: Rõ ràng, nếu ABC là tam giác vuông thì trực tâm của nó trùng với đỉnh góc vuông, khẳng định của bài toán không còn đúng nữa. Đây là một bài toán tưởng như khá dễ, tuy nhiên nhiều HS cho rằng nó không hề đơn giản.

Lời giải

Phần thuận của bài toán là hiển nhiên, ta chứng minh phần đảo, nghĩa là, nếu đường tròn nội tiếp các tam giác ABH và ACH có bán kính bằng nhau thì tam giác ABC cân tại A .

Gọi I, J lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABH, ACH ; K, L là hình chiếu của I, J trên AB, AC tương ứng. Ta chia bài toán thành 2 trường hợp:

TH 1: ABC là tam giác nhọn.

Từ giả thiết, ta có $ABH = 90^\circ - BAC = ACH$

nên $KBI = LCJ$, mà $IK = JL$ suy ra

$\triangle BKI = \triangle CLJ \Rightarrow BK = CL$.

Ta dùng phép chứng minh phản chứng, giả sử ngược lại, $IK = JL$ mà $AB \neq AC$.

Nếu $AB < AC$ thì từ $BK = CL$ suy ra

$AK < AL \Rightarrow \tan KAI > \tan LAJ$

$\Rightarrow KAI > LAJ$ (KAI, LAJ là các góc nhọn)

$\Rightarrow BAH > CAH \Rightarrow ABC > ACB \Rightarrow AC > BC$, mâu thuẫn với giả thiết $AB < AC$.

Tương tự, trường hợp $AB > AC$ cũng dẫn đến mâu thuẫn.

Mâu thuẫn này chứng tỏ điều giả sử là sai, hay $AB = AC$.

TH 2: ABC là tam giác tù. Kết hợp giả thiết đường tròn nội tiếp các tam giác ABH và ACH có bán kính bằng nhau ta suy ra

$BAC > 90^\circ$. Trong trường hợp này, HBC là tam giác nhọn nhận A làm trực tâm. Áp dụng chứng minh trong TH 1 đối với tam giác nhọn HBC , ta thu được $HB = HC$, suy ra

$HBC = HCB \Rightarrow ABC = ACB$, điều cần chứng minh.

Ví dụ 2 (Bài toán về điểm Toricelli của tam giác)

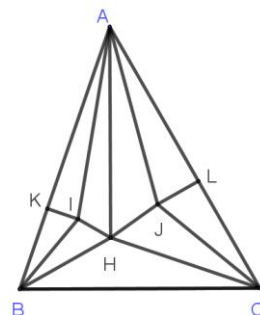
Cho tam giác ABC và điểm M thuộc miền tam giác đó (Miền tam giác ở đây được hiểu là tập hợp các điểm nằm trên cạnh hoặc bên trong tam giác đó). Xác định vị trí của M sao cho $MA + MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Nhận xét: Trong bài toán này, tam giác ABC là tùy ý và điểm M đi động nên sẽ xảy ra rất nhiều khả năng. Ta vận dụng nguyên tắc “Phân nhỏ” và xét các trường hợp đặc biệt trước để tìm hướng giải cho bài toán.

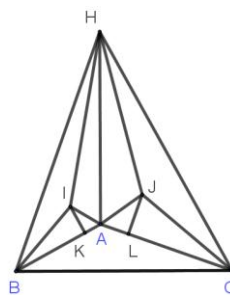
Lời giải

Dễ thấy trường hợp tam giác ABC là tam giác đều thì việc xác định vị trí của điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán là đơn giản nhất. Dự đoán tâm của tam giác đều (điểm T là trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, tâm đường tròn nội tiếp) là điểm cần tìm.

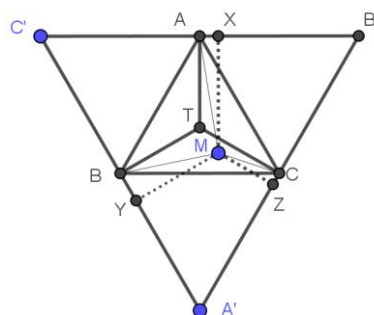
Thật vậy, qua A dựng đường thẳng vuông góc với AT , qua B dựng đường thẳng vuông góc với BT , qua C dựng đường thẳng vuông góc với CT , chúng cắt nhau đôi một tạo thành tam giác đều $A'B'C'$. Gọi X, Y, Z lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên $B'C', C'A', A'B'$ tương ứng. Dễ thấy, đối với một tam giác đều, tổng khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc miền tam giác đó đến các cạnh luôn bằng độ dài đường cao của nó. Từ đó ta có $MA + MB + MC \geq MX + MY + MZ = TA + TB + TC$.



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv T$.

Trường hợp tam giác ABC không đều sẽ vẫn được giải quyết như trên nếu tam giác $A'B'C'$ là tam giác đều. Như vậy điểm T cần tìm nằm bên trong tam giác ABC và nhìn ba cạnh của tam giác dưới các góc 120° . Điều kiện này dẫn tới tam giác ABC có ba góc cùng nhỏ hơn 120° .

Lời giải

Xét các trường hợp sau của tam giác ABC :
TH 1: Tam giác ABC có ba góc cùng nhỏ hơn 120° . Theo nhận xét nêu trên, điểm cần tìm là giao điểm T của ba cung chứa góc 120° chắn bởi các đoạn AB, BC, CA và nằm bên trong tam giác ABC . Điểm T được gọi là điểm Toricelli của tam giác ABC .

TH 2: Tam giác ABC có một góc bằng 120° .

Không giảm tổng quát, giả sử $BAC = 120^\circ$. Lấy điểm A' tùy ý nằm ngoài tam giác ABC sao cho $BAA' = 120^\circ$. Khi đó tam giác $A'BC$ có ba góc cùng nhỏ hơn 120° và A chính là điểm Toricelli của tam giác $A'BC$. Lấy điểm M tùy ý thuộc miền tam giác ABC , khi đó M cũng thuộc miền tam giác $A'BC$. Theo chứng minh trên, ta có

$$MA' + MB + MC \geq AA' + AB + AC$$

$$\Rightarrow MA + MB + MC \geq MA + AA' - MA' + AB + AC \geq AB + AC. \text{ Đẳng thức xảy ra khi } M \equiv A.$$

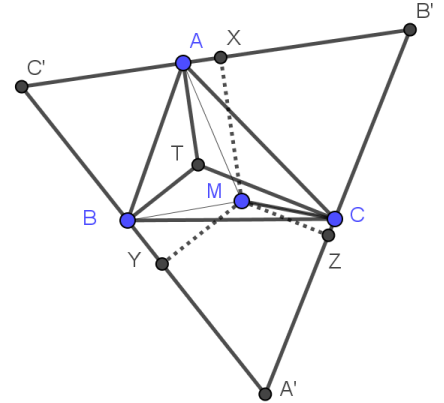
TH 3: Tam giác ABC có một góc lớn hơn 120° .

Không giảm tổng quát, giả sử $BAC > 120^\circ$. Khi đó trên cạnh BC tồn tại các điểm B', C' sao cho $BAC' = 120^\circ$, $B'AC = 120^\circ$. Lấy điểm M tùy ý thuộc miền tam giác ABC , khi đó M thuộc miền tam giác ABC' hoặc $AB'C$.

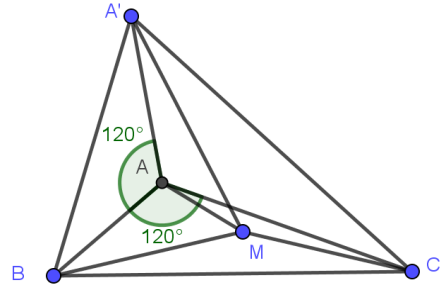
Giả sử M thuộc miền tam giác ABC' , áp dụng kết quả đã chứng minh trong TH2, ta có

$$\begin{aligned} MA + MB + MC &= MA + MB + MC' + MC - MC' \geq AB + AC' + MC - MC' \\ &\geq AB + AC' + MC - MC' \end{aligned}$$

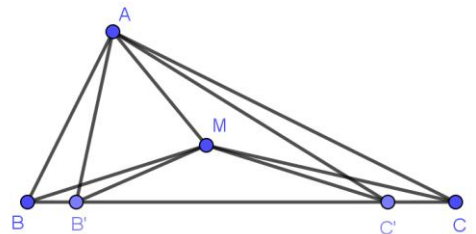
Vì điểm M không nằm trong tam giác $AC'C$ nên $AMC'C$ là một tứ giác. Gọi O là giao điểm hai đường chéo của tứ giác và sử dụng bất đẳng thức tam giác ta có thể chứng minh được kết quả sau: Tổng độ dài hai đường chéo của một tứ giác luôn lớn hơn tổng độ dài hai cạnh đối



Hình 4



Hình 5



Hình 6

diện của tứ giác đó. Áp dụng cho tứ giác $AMC'C$, ta có $AC' + MC \geq AC + MC'$

$\Rightarrow AC' + MC - MC' \geq AC$. Vậy $MA + MB + MC \geq AB + AC$. Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv A$.

Kết luận: Như vậy, nếu tam giác có ba góc nhỏ hơn 120° thì điểm cần tìm là điểm nhìn ba cạnh dưới góc 120° (điểm Toricelli). Nếu tam giác có một góc lớn hơn hoặc bằng 120° thì điểm cần

tìm chính là đỉnh ứng với góc tù của tam giác.

Ví dụ 3

Chứng minh rằng, không thể phủ kín một tam giác có diện tích lớn hơn 1 bởi một hình tròn bán kính 1 sao cho tâm của hình tròn không thuộc miền tam giác đã cho (khái niệm miền tam giác được hiểu như trong Ví dụ 2).

Nhận xét: Ba đường thẳng chứa ba cạnh của tam giác ABC chia mặt phẳng thành bảy miền khác nhau. Mặt khác, tâm của hình tròn không thuộc miền tam giác đang xét nên để tiến hành lập luận được dễ dàng, ta cần xét 6 TH. Tuy nhiên do vai trò tương tự của các miền 1, 3, 5 và 2, 4, 6, ta chỉ cần xét 2 TH.

Lời giải

Ta chứng minh bài toán bằng phương pháp phản chứng, giả sử tồn tại đường tròn tâm O , bán kính 1 phủ được tam giác như trong giả thiết. Ta chỉ cần xét hai TH sau:

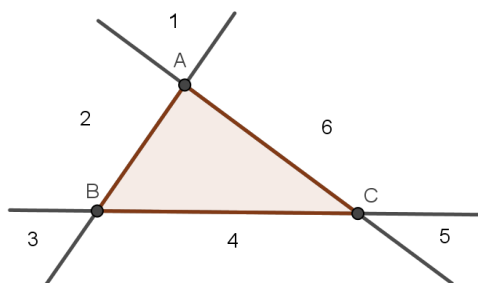
TH 1: Tâm O của hình tròn thuộc miền 1.

Qua O kẻ đường kính $MN \parallel BC$. Do O thuộc miền 1 nên MN không cắt cạnh nào của tam giác ABC , hay tam giác ABC nằm trọn vẹn trong một nửa hình tròn đường kính MN . Kẻ đường thẳng qua A vuông góc với BC , cắt BC tại H và cắt đường tròn O tại K (K, H cùng phía đối với A). Ta có $BC \leq MN = 2$, $AH \leq AK \leq 1$, suy ra diện tích tam giác ABC , $dt ABC \leq 1$, trái giả thiết.

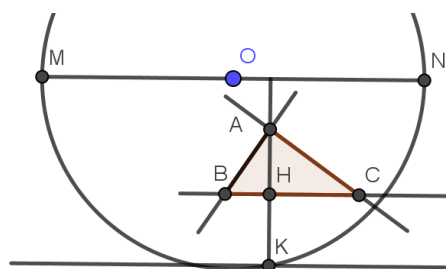
TH 2: Tâm O của hình tròn thuộc miền 4. Ta cũng dựng thêm các điểm và các đường như trong TH1. Lập luận tương tự như trên ta cũng có tam giác ABC nằm trọn vẹn trong một nửa hình tròn đường kính MN và $dt ABC \leq 1$, trái giả thiết.

Bài toán được chứng minh.

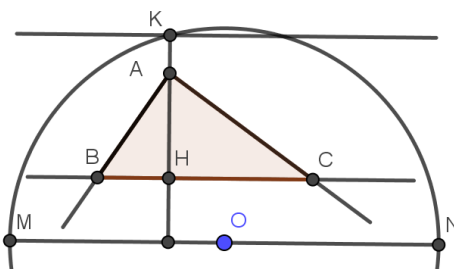
Lưu ý khi vận dụng nguyên tắc “Phân nhỏ”:



Hình 7



Hình 8



Hình 9

Để chia bài toán hoặc vấn đề cần giải quyết thành các trường hợp riêng, cụ thể hơn, dễ giải quyết hơn ta có thể dựa vào một số căn cứ thường gặp như sau:

- Tính liên thuộc: Điểm đã cho nằm trong hay thuộc phần kéo dài của đoạn thẳng, thuộc đường tròn hay không, thuộc miền nào của mặt phẳng...

- Hình dạng của các hình: Tam giác đã cho là tam giác nhọn, vuông hay tù; tứ giác đang xét là hình bình hành, hình chữ nhật, hình vuông...

- Quan hệ của các đối tượng cơ bản: Hai đường thẳng vuông góc, song song, trùng nhau, tạo với nhau một góc nhọn; tam giác bằng nhau, tam giác đồng dạng, tam giác không đồng dạng...

- Các trường hợp suy biến (đặc biệt) và không suy biến: Tam giác đều, tam giác vuông cân, tam giác cân, tam giác không cân...

2.2.2. Nguyên tắc “Đảo ngược”

Nội dung nguyên tắc:

Thay vì hành động như yêu cầu bài toán, hãy hành động ngược lại; làm phần chuyển động của đối tượng (hay môi trường bên ngoài) thành đứng yên và ngược lại, phần đứng yên thành chuyển động; lật ngược đối tượng.

Một số ví dụ về vận dụng nguyên tắc “Đảo ngược” trong khoa học kỹ thuật:

- Khi đun nấu, thông thường nhiệt được cung cấp từ bên ngoài, nhưng ảm điện lại cung cấp nhiệt từ bên trong. Điều này giúp tiết kiệm năng lượng và tăng độ an toàn khi sử dụng.

- Thay vì trộn bê tông theo cách thủ công là đổ xi măng, cát, sỏi vào rồi đảo đều lên, người ta cho nguyên liệu vào thùng và cho thùng quay tròn.

- Khi chạy bộ, thông thường người chạy sẽ di chuyển còn con đường đứng yên. Tuy nhiên, đối với máy chạy bộ, người chạy không thay đổi vị trí còn “con đường” lại chuyển động. Giải pháp này hữu hiệu đối với những không gian hẹp đồng thời việc tập luyện không bị ảnh hưởng bởi thời tiết.

- Các cây cầu thường được bắc qua dòng nước để các phương tiện đường bộ lưu thông mà không bị gián đoạn. Tuy nhiên cầu nước thì ngược lại, chúng dành cho các phương tiện đường thủy. Cách làm này giúp cho tàu thủy có thể di chuyển được qua những khe núi hiểm trở, phân luồng giao thông đường thủy hoặc làm đường dẫn nước tưới tiêu, sinh hoạt.

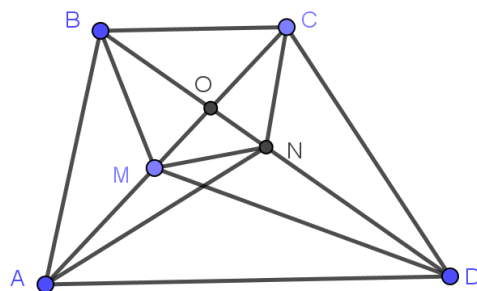
Một số ví dụ về vận dụng nguyên tắc “Đảo ngược” trong dạy học hình học:

Việc xem xét bài toán ngược nhiều khi rất hữu ích để tìm ra lời giải và phát triển bài toán. Các bài toán chứng minh hình học thường có dạng: Cho A , chứng minh B . Ta làm điều ngược lại hay còn gọi là suy ngược, có B thì thu được gì? Nếu B là điều kiện cần và đủ để có A thì bài toán được giải quyết và mệnh đề đảo cũng đúng. Nếu B không phải là điều kiện cần và đủ để có A thì phép suy luận này cũng giúp ta tiếp cận gần hơn tới lời giải của bài toán.

Ví dụ 4:

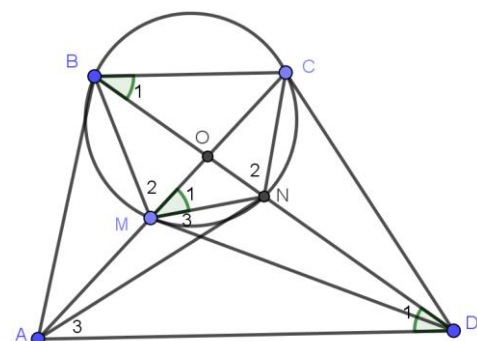
Cho hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và O là giao điểm của hai đường chéo. Lấy điểm M thuộc đoạn OA và điểm N thuộc đoạn OD sao cho $ANC = BMD$. Chứng minh tứ giác $BCNM$ là tứ giác nội tiếp.

Nhận xét: Vận dụng nguyên tắc “Đảo ngược” để giải quyết bài toán này, ta xem xét bài toán ngược của bài toán nêu trên: Cho hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và O là giao điểm của hai đường chéo. Lấy điểm M thuộc đoạn OA và điểm N thuộc đoạn OD sao cho tứ giác $BCNM$ là tứ giác nội tiếp, liệu ta có thể suy ra được kết quả $ANC = BMD$? GV hướng dẫn HS tìm được nhiều kết quả nhất từ các điều kiện của bài toán ngược.



Hình 10

Tứ giác $BCNM$ nội tiếp có thể suy ra tứ giác $AMND$ nội tiếp do $D_1 = B_1 = M_1$. Hơn nữa, $M_2 = N_2$. Từ kết quả tứ giác $AMND$ nội tiếp, ta thu được $CMD = ANB$. Thật vậy, $M_1 = D_1, M_3 = A_3 \Rightarrow M_1 + M_3 = D_1 + A_3 = ANB$ (góc ngoài của tam giác), nghĩa là $CMD = ANB$. Từ 1 & 2 suy ra điều cần chứng minh.



Hình 11

Lời giải:

Giả sử đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM cắt đoạn thẳng OC tại điểm N' .

Theo nhận xét trên, ta có $AN'C = BMD$. Mặt khác, $ANC = BMD$ và N, N' cùng thuộc đoạn

OC nên $N' \equiv N$, điều cần chứng minh.

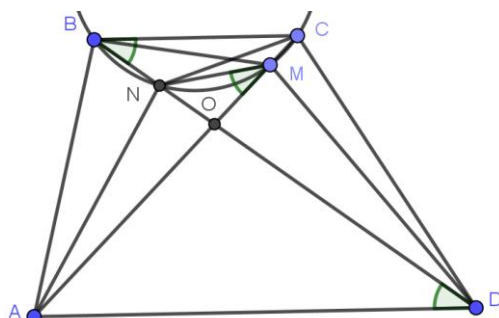
Từ việc xem xét bài toán ngược, ta có thể mở rộng bài toán theo các hướng sau:

Mở rộng 1

Cho hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và O là giao điểm của hai đường chéo. Lấy điểm M thuộc đoạn OA và điểm N thuộc đoạn OD . Khi đó, điều kiện cần và đủ để bốn điểm B, C, M, N cùng thuộc một đường tròn là $ANC = BMD$.

Mở rộng 2

Ta nhận thấy, đối với tứ giác nội tiếp $BCNM$, khi điểm M chuyển động tiến dần tới điểm O thì điểm N cũng tiến tới điểm O ; khi $M \equiv O$ thì $N \equiv O$ và khi M thuộc đoạn OC thì N thuộc đoạn OB . Kết quả bài toán vẫn đúng khi điểm M thuộc đoạn OC . Ta có thể phát biểu như sau: Cho hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$. Đường tròn tùy ý đi qua hai điểm B, C cắt các đoạn thẳng AC tại M và BD tại N . Khi đó, $ANC = BMD$.



Hình 12

Bài toán mở rộng được chứng minh tương tự bài toán gốc.

Ví dụ 5:

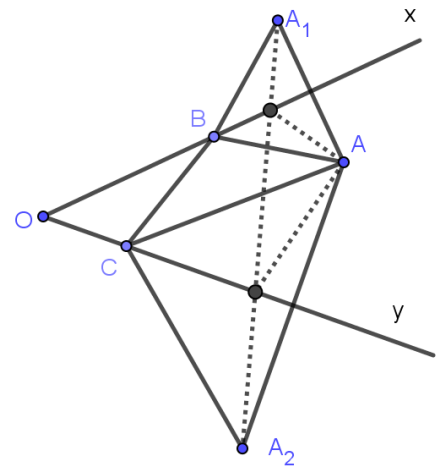
Cho góc nhọn xOy và điểm A nằm bên trong góc đó. Hãy xác định điểm B trên tia Ox và điểm C trên tia Oy sao cho tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất.

Nhận xét: Trong hình học, bài toán có yếu tố thay đổi là dạng toán khó đối với nhiều HS, chúng thường dẫn tới các câu hỏi về quỹ tích hoặc điểm cố định và đòi hỏi người học cần tư duy trừu tượng ở mức độ cao. Trong bài toán này, có đến hai yếu tố thay đổi đó là các điểm B và C lần lượt di động trên hai tia Ox và Oy , điều này có thể làm HS lúng túng. GV có thể hướng dẫn HS vận dụng nguyên tắc “Đảo ngược” để tìm hướng giải quyết cho bài toán, cụ thể là giả sử đã tìm được các điểm thỏa mãn yêu cầu của đề bài, từ đó suy ra các đặc điểm hoặc tính chất mà chúng phải thỏa mãn. Trên cơ sở đó xác định được vị trí của chúng. Ta cũng có thể coi đây là bài toán dựng hình, vì thế nó sẽ bao gồm các bước: phân tích, dựng hình, chứng minh, biện luận.

Lời giải

Phân tích: Giả sử ta đã tìm được các điểm B, C thỏa mãn yêu cầu của bài toán. Khi đó tổng độ dài các đoạn thẳng $AB + BC + CA$ đạt giá trị nhỏ nhất. Gọi A_1, A_2 lần lượt là các điểm đối xứng với A qua Ox, Oy tương ứng. Dễ thấy chu vi tam giác ABC bằng $A_1B + BC + CA_2$. Vì tổng này nhỏ nhất nên các điểm A_1, B, C, A_2 cùng nằm trên một đường thẳng.

Cách dựng: Dựng các điểm A_1, A_2 lần lượt là đối xứng với A qua Ox, Oy . Đường thẳng A_1A_2 cắt tia Ox tại B và tia Oy tại C , đó là các điểm cần tìm.



Hình 13

Chứng minh: Rõ ràng độ dài đoạn gấp khúc lớn hơn độ dài của đoạn thẳng nối điểm đầu và điểm cuối của đoạn gấp khúc đó.

Biện luận: Góc xOy nhọn là điều kiện đảm bảo cho sự tồn tại của B, C (đoạn thẳng A_1A_2 cắt các tia Ox, Oy). Bài toán có một nghiệm hình.

Lưu ý khi vận dụng nguyên tắc “Đảo ngược”:

Khi vận dụng nguyên tắc này, HS có thể tiếp cận theo các cách sau:

- Xem xét và giải quyết bài toán ngược của bài toán đã cho. Nhiều trường hợp, việc tìm tòi lời giải của bài toán ngược rất hữu ích. Nếu bài toán ngược là đúng, ta có thể phát biểu mở rộng bài toán đã cho thành bài toán về điều kiện cần và đủ.

- Giả sử yêu cầu của bài toán (thường là bài toán chứng minh hoặc dựng hình) đã được thỏa mãn thì ta thu được kết quả quan trọng nào. Tiếp đó chứng minh kết quả quan trọng này cũng được suy ra ngay từ giả thiết của bài toán mà không cần thêm giả thiết nào khác. Cuối cùng, HS trình bày lời giải theo logic thông thường.

- Chứng minh bằng phương pháp phản chứng: nếu mệnh đề cần chứng minh là sai thì suy ra một điều mâu thuẫn. Mâu thuẫn này chứng tỏ điều cần chứng minh là đúng.

2.2.3. Nguyên tắc “Giải thừa hoặc thiếu”

Nội dung nguyên tắc:

Nếu như khó nhận được 100% hiệu quả cần thiết, nên nhận ít hơn hoặc nhiều hơn “một chút”. Lúc đó bài toán có thể trở nên đơn giản hơn và dễ giải hơn.

Một số ví dụ về vận dụng nguyên tắc “Giải thừa hoặc thiếu” trong khoa học kỹ thuật:

- Thắt lưng, dây đồng hồ đục nhiều lỗ để những người sử dụng khác nhau đều dùng được.
- Người ta làm sẵn các phôi chìa khoá, mắt kính rồi tùy vào nhu cầu sử dụng để mài, cắt cho phù hợp. Việc làm này giúp tiết kiệm thời gian, chi phí và có thể sản xuất hàng loạt.
- Các mạch điện tử thường được làm dưới dạng các modun nhỏ rồi ghép nối lại. Nếu dù chỉ một phần trong mạch bị hỏng, người ta thay thế cả modun để tiết kiệm thời gian.

Một số ví dụ về vận dụng nguyên tắc “Giải thừa hoặc thiếu” trong dạy học hình học:

Từ một bài toán đã được giải quyết (bài toán gốc), GV có thể đặt các câu hỏi gợi mở để HS phát hiện và phát triển vấn đề. Vận dụng nguyên tắc “Giải thừa hoặc thiếu”, ta thấy có hai hướng để khai thác bài toán. Hướng thứ nhất, bổ sung vào bài toán gốc các dữ kiện mới để thu được kết quả đặc biệt hơn. Đây cũng là cách để đặc biệt hóa bài toán. Các tình huống thường gặp là thay thế tam giác tùy ý bởi tam giác đặc biệt như tam giác đều, tam giác vuông cân...; thay thế tứ giác bởi hình bình hành, hình thoi, hình vuông...; thay đoạn thẳng bởi tia hoặc đường thẳng... Hướng thứ hai, bỏ bớt giả thiết hoặc làm “yếu” giả thiết để thu được bài toán tổng quát hơn. Đây chính là một trong các cách để khái quát hóa bài toán.

Ví dụ 6

Cho tam giác ABC , hai điểm D, E lần lượt di chuyển trên các cạnh AB, AC sao cho

$\frac{AD}{BD} = \frac{CE}{AE}$. Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn DE .

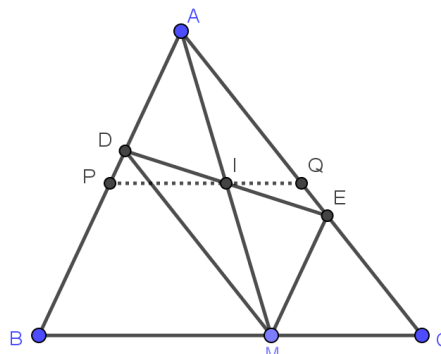
Lời giải Phần thuận: Qua D kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC tại M . Theo định lý Talet

$$\frac{AD}{BD} = \frac{CM}{BM}.$$

Kết hợp với giả thiết, ta có

$$\frac{CM}{BM} = \frac{CE}{AE} \text{ suy ra } EM \parallel AB.$$

Từ đó $ADME$ là hình bình hành hay I là trung điểm của AM . Vậy I thuộc đường trung bình PQ của tam giác ABC .



Hình 14

Phần đảo: Lấy điểm I tùy ý thuộc đường trung bình PQ của tam giác ABC . Đường thẳng AI cắt BC tại M . Qua M kẻ các đường thẳng song song với AC, AB cắt AB, AC lần lượt tại

$$D \text{ và } E. \text{ Dễ thấy } \frac{AD}{BD} = \frac{CM}{BM} = \frac{CE}{AE}.$$

Kết luận: Quỹ tích cần tìm là đường trung bình PQ của tam giác ABC .

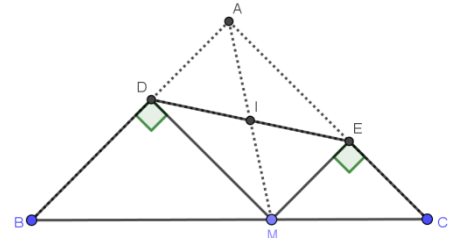
Bổ sung thêm giả thiết để đặc biệt hóa bài toán (“Giải thừa”):

Từ ví dụ trên, GV có thể thay đổi giả thiết để có bài toán mới, giúp HS có cái nhìn linh hoạt, sáng tạo khi giải quyết vấn đề. Sử dụng nguyên tắc “Giải thừa hoặc thiếu” mà cụ thể, trong

tình huống này là “giải thừa” để thay đổi bài toán. Giả thiết $\frac{AD}{BD} = \frac{CE}{AE}$ được làm “thừa” bởi giả thiết mới $AD = CE, BD = AE$; tam giác thường ABC được làm “thừa” thành tam giác vuông cân đỉnh A . Tuy nhiên đề bài toán không tầm thường, ta ẩn đi điểm A .

Ví dụ 7:

Cho điểm M di động trên đoạn thẳng BC cố định. Về cùng một phía của đường thẳng BC , dựng các tam giác vuông cân BMD, CME (tam giác cân tại D và E). Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn thẳng DE khi điểm M di chuyển trên đoạn thẳng BC .



Hình 15

Nhận xét: Các cạnh BD, CE kéo dài cắt nhau tại A . Dễ thấy tam giác ABC vuông cân tại A do đó A là điểm cố định. Tứ giác $ADME$ có 4 góc vuông nên nó là hình chữ nhật và I chính là trung điểm của AM . Từ đây dễ thấy quỹ tích cần tìm là đường trung bình của tam giác ABC ứng với cạnh đáy BC .

Bỏ bớt hoặc làm yếu giả thiết để có bài toán tổng quát hơn (“Giải thiếu”):

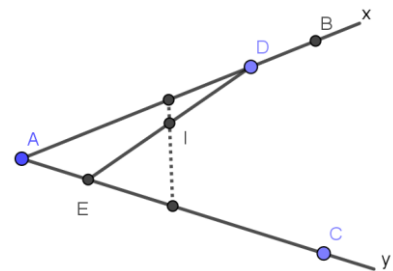
Từ bài toán trong ví dụ 7, GV có thể bỏ bớt giả thiết để thu được bài toán mới có mức độ tư duy cao hơn, đòi hỏi học sinh phải có cái nhìn sâu sắc về các yếu tố động và tĩnh. Các điểm D, E không bị hạn chế trên cạnh của tam giác mà di chuyển trên hai tia Ax, Ay .

Ví dụ 8:

Cho góc xAy cố định (không là góc bẹt) và số dương a không đổi. Các điểm D, E lần lượt di động trên các tia Ax, Ay sao cho $AD + AE = a$. Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn thẳng DE .

Nhận xét: Trên các tia Ax, Ay lần lượt lấy các điểm B, C sao cho $AB = AC = a$. Ta có $BD = AE, AD = EC$. Như vậy, theo ví dụ trên, quỹ tích các điểm I là đường trung bình của tam giác ABC (song song với cạnh BC).

Tiếp tục làm yếu giả thiết với điều kiện hai tia Ax, Ay không chung gốc mà chúng tách rời nhau ta thu được bài toán tổng quát hơn.



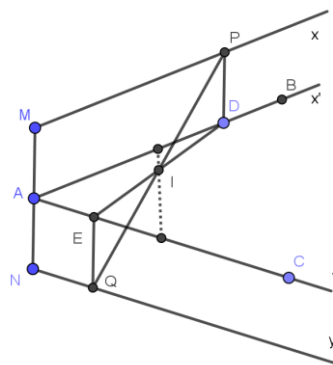
Hình 16

Ví dụ 9:

Cho hai tia Mx, Ny cùng nằm trong một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng MN . Các điểm P, Q lần lượt di động trên các tia Mx, Ny đó sao cho $MP + NQ = a$, không đổi.

Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn thẳng PQ .

Nhận xét: Gọi A là trung điểm của MN . Dựng các tia Ax', Ay' song song và cùng chiều với các tia Mx, Ny . Trên các tia Ax', Ay' lần lượt lấy các cặp điểm $B, D; C, E$ sao cho $AB = AC = a$, $AD = MP, AE = NQ$. Ta có $DPEQ$ là hình bình hành nên trung điểm I của PQ cũng là trung điểm của DE . Do đó, theo kết quả trên, quỹ tích các điểm I là đường trung bình của tam giác ABC (song song với cạnh BC).



Hình 17

Lưu ý khi vận dụng nguyên tắc “Giải thừa hoặc thiếu”:

- “Giải thừa” là bổ sung thêm giả thiết để đặc biệt hóa bài toán.
- “Giải thiếu” là bỏ bớt hoặc làm yếu giả thiết để có bài toán tổng quát hơn.

3. Kết luận

Như vậy, việc vận dụng các nguyên tắc sáng tạo của Altshuller trong khoa học kỹ thuật vào dạy học Hình học giúp GV và HS có thêm công cụ mới, cách tiếp cận mới khi giải quyết vấn đề hoặc đề xuất vấn đề. Bài viết đề xuất việc vận dụng ba nguyên tắc vào dạy học Hình học, gồm: Nguyên tắc “Phân nhỏ”, nguyên tắc “Đảo ngược” và nguyên tắc “Giải thừa hoặc thiếu”. Nguyên tắc “Phân nhỏ” chuyển một bài toán khó thành các bài toán dễ hơn. Nguyên tắc “Đảo ngược” làm cho vấn đề trở nên rõ ràng hơn, bản chất hơn từ đó vừa giải quyết được bài toán gốc vừa có thể mở rộng được bài toán. Khi vận dụng nguyên tắc “Giải thừa hoặc thiếu” thì “Giải thừa” là một hình thức của đặc biệt hóa bài toán. Trong nhiều trường hợp, từ cách giải bài toán riêng ta thu được cách giải của bài toán đã cho. “Giải thiếu” cho ta cách tiếp cận tốt khi muốn mở rộng hoặc tổng quát hóa bài toán. Trong quá trình thực hiện giảng dạy theo các biện pháp đã đề xuất, HS thể hiện sự hào hứng, chủ động và sáng tạo để khám phá và chiếm lĩnh tri thức. Ngoài ba nguyên tắc nêu trên, một số nguyên tắc khác cũng có thể khai thác và vận dụng trong dạy học môn Toán.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Phạm Đức Quang, Lê Anh Vinh (đồng Chủ biên), 2018. *Dạy học môn Toán cấp trung học cơ sở theo hướng phát triển năng lực học sinh*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
- [2] Nguyễn Thị Lan Phương (chủ biên), 2016. *Chương trình tiếp cận năng lực và đánh giá năng lực người học*, NXB Giáo dục Việt Nam.
- [3] Ban Chấp hành Trung ương Đảng, (khóa XI), Nghị quyết số 29-NQ/TW ngày 04/11/2013 của Hội nghị lần thứ 8 Ban chấp hành Trung ương.
- [4] Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018. *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể*, Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo.
- [5] Phạm Thị Bích Đào, 2015. *Phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh Trung học phổ thông trong dạy học hóa học hữu cơ chương trình nâng cao*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.

- [6] Đặng Thị Thu Huệ, 2019. *Dạy học môn Toán theo hướng phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh trung học cơ sở*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- [7] Phan Dũng, 2010. Các thủ thuật (nguyên tắc) sáng tạo cơ bản, NXB Trẻ.
- [8] Trần Kiều, 1995, *Một số kiến nghị về đổi mới dạy học ở nước ta*, Tạp chí Thông tin Khoa học giáo dục, (51), tr. 26-31.
- [9] Chu Cẩm Thơ, 2014. Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông, NXB Đại học Sư phạm.
- [10] Bùi Văn Nghị, 2009. Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường phổ thông, NXB Đại học Sư phạm.
- [11] Bùi Văn Nghị, 2009. Rèn luyện phương pháp sáng tạo bài toán cho sinh viên sư phạm toán ở trường Đại học Sư phạm, Tạp chí Khoa học, trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Vol. 55, số 4, tr. 3-8.
- [12] Tôn Thân, 1995. Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh khá và giỏi toán ở trường trung học cơ sở Việt Nam, Luận án Tiến sĩ giáo dục học, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- [13] Trần Thị Bích Liễu, 2013. Phát triển năng lực sáng tạo của học sinh phổ thông Việt Nam thông qua một số môn học cụ thể, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
- [14] International Mathematical Olympiad 1959-2018, <https://www.imo-official.org/>

ABSTRACT

Applying some Altshuller’s creative principles: “Division”, “Inversion” and “Excessive or partial action” in teaching geometry towards developing creative competence for high school mathematics gifted students

Nguyen Xuan Quynh

Hung Vuong High School for Gifted Students

Nowadays, in the tendency of developing the knowledge economy, in the context of the 4th industrial revolution, besides the advantages of labor and trademark, there is a factor determining the success of business: the competitiveness of creativity. Therefore, education and training need to form and develop human resources with creative competence. This article mentions the application of some of Altshuller's creative principles such as “Division”, “Inversion”, and “Excessive or partial action” in teaching geometry towards developing creative competence for high school mathematics gifted students.

Keywords: Competence, creative competence, Altshuller’s creative principles, teaching geometry, mathematics gifted students.