

PHÉP BIẾN ĐỔI TRỰC GIAO RỜI RẠC TRONG XỬ LÝ TÍN HIỆU DỰA TRÊN CHUỖI FIBONNACI-RADEMACHER

ThS. Trương Hoàng Vinh¹

TÓM TẮT

Các chuỗi Walsh, Rademacher, hay kết hợp của Walsh-Fibonacci, Haar-Fibonacci là dạng biến đổi hình học topo từ lâu đã được sử dụng rộng rãi trong việc phân tích biến đổi ảnh bằng phương pháp trực giao. Hiệu quả các phương pháp này thể hiện rõ trong họ biến đổi wavelet. Bài báo này giới thiệu phép biến đổi ảnh mới dựa trên sự kết hợp của chuỗi Fibonacci và ma trận Rademacher trong phép biến đổi ảnh bằng phương pháp trực giao rời rạc.

Từ khóa : biến đổi trực giao, Fibonacci-Rademacher.

ABSTRACT

The orthogonal discrete transform has been used in analyzing and transforming image by Walsh, Rademacher, or the combination Walsh-Fibonacci, Haar-Fibonacci. The efficient of these algorithms has been showed in the case of wavelet transformation. This paper introduces the combination of Fibonacci and Rademacher in orthogonal discrete transform.

Keywords : orthogonal transform, Fibonacci-Rademacher.

1. GIỚI THIỆU

Trong ngành xử lý tín hiệu nói chung và xử lý ảnh nói riêng, việc phân tích một tín hiệu số phức tạp thành các chuỗi rời rạc là một nhu cầu thực tế hiện nay trong các lĩnh vực: mã hóa thông tin, mật mã học, xử lý tính toán song song. Hiện nay có rất nhiều phương pháp để phân tích chuỗi tín hiệu như: biến đổi nguyên [1], biến đổi Z [2], biến đổi trên miền tập hợp số thực $\mathbb{R}$ dựa trên biến đổi Laplace [2]. Nổi bật lên trong đó là phương pháp biến đổi trực giao sử dụng ma trận chuyển đổi dựa trên tính chất khả nghịch của ma trận. Họ phương pháp này có thể kể ra như: biến đổi phi tuyến Haar [3], biến đổi Rademacher và Walsh [4,5], với hàng loạt các ứng dụng có liên quan trực tiếp hoặc gián tiếp tới DSP [6,7].

Mục tiêu của bài báo này nhằm giới thiệu một phương pháp biến đổi trực giao mới dựa trên sự kết hợp của chuỗi số Fibonacci và ma trận chuyển đổi Rademacher. Phương pháp này tạo ra một ảnh biến đổi mà ta hoàn toàn có thể chủ động kiểm soát được các mức phân đoạn theo tỷ lệ mong muốn, khác hẳn với tỷ lệ 50%-50% của phân đoạn wavelet [8]. Từ đó đảm bảo hơn về độ an toàn và bảo mật thông tin ảnh phục vụ cho các lĩnh vực liên quan như: watermarking hay steganography,...

2. CHUỖI SỐ FIBONACCI VÀ MÃ HÓA

2.1. Chuỗi số Fibonacci

Xét dãy số p_i với $(i \in [1, k])$, k là số tự nhiên. Chuỗi số Fibonacci được định nghĩa quy nạp [11] như sau:

¹ Trường ĐH Mở Tp.HCM.

$$F_p(i)=\begin{cases} 0, & \text{nếu } i < 0 \\ 1, & \text{nếu } i = 0 \\ F'_p(i), & \text{nếu } i > 0 \end{cases}$$

Với:

$$F'_p(i)=(p_1+1)F_p(i-1)+p_2F_p(i-2)+\dots+p_kF_p(i-k)$$
$$i=1,\dots,k(1)$$

Với một số tự nhiên B bất kỳ. Ta có thể biểu diễn dưới dạng mã nhị phân theo (1) :

$$B=\sum_{i=0}^{n-1}a_iF_p(i)$$

với: $a_i\in\{0,1\}$, và $F_p(i)$ sẽ sinh ra một chuỗi số Fibonacci tương ứng với giá trị p và 0 được minh họa như ở Bảng 2.1.

Bảng 2.1. Giá trị chuỗi Fibonacci

$F_p(i)$	$i=0$	1	2	3	4	5	6	7
$p=0$	$i=1$	1	4	8	16	32	64	128
$p=1$	$i=1$	1	2	5	8	13	21	34
$p=2$	$i=1$	1	1	2	3	4	6	9

2.2. Mã hóa thông tin ảnh

là I_N . Ta có ma trên chuyển đổi dựa trên chuỗi số Fibonacci và ma trận Rademacher như sau:

Xét ảnh có kích thước $N \times N$ pixels. Gọi ma trận ảnh gốc ban đầu

$$R^{(p,n)}=\begin{pmatrix} r^{(p,n-1)} & \sqrt{2}^{t(p)}r^{(p,n-p-1)} \\ r^{(p,n-1)} & -\sqrt{2}^{t(p)}r^{(p,n-p-1)} \\ & 0^{(n-p-1)} \\ & \dots \\ D^{(p,n-1)}R^{(1,p,n-1)} & 0^{(n-p-1)} \\ & \sqrt{2}^{(p)}R^{(1,p,n-p-1)} \end{pmatrix} \tag{2}$$

Với $t(p)$ được định nghĩa như sau:

$$t(p)=\begin{cases} p, & \text{nếu } n \geq 2p+1, \\ 1, & \text{nếu } p+1 < n < 2p+1 \end{cases}$$

Ma trận cơ sở:

$$r^{(p,0)}=r^{(p,p)}=[1]$$
$$r^{(p,p+1)}=[1\ 1]$$

$D^{(p,n)}$ là ma trận đường chéo :

$D^{(p,n)} = \text{Diag}(\sqrt{2}, \dots, \sqrt{2}, 1, \dots)$ với kích thước $(p \times n - p - 1)$

$R^{(l,p,n)}$ là ma trận chữ nhật có được bằng cách xóa đi dòng đầu tiên. Khi $n > p + 1$, ta có ma trận:

$$r^T((p,n)) = [\mathbf{r}^T((p,n-1)) \& \mathbb{E} \sqrt{2} \mathbb{E}^T(t(p)) \mathbf{r}^T((p,n-p-1), \quad)]$$

3. QUÁ TRÌNH PHÂN ĐOẠN VÀ PHỤC HỒI ẢNH

Với kích thước của ảnh gốc $I: N \times N$, ta chọn một giá trị p bất kỳ do hàm ngẫu nhiên sinh ra sao cho :

$$p \in \left[\frac{N}{10}, \frac{N}{90} \right] \quad (3)$$

Lý do để chọn như (3) để đảm bảo phân đoạn của ảnh luôn nằm trong một biên độ phù hợp với mật độ phân bố pixels.

Trường hợp ma trận ảnh gốc ban đầu có kích thước $M \times N$, với $M \neq N$. Giả sử $M > N$, ta chia ảnh theo từng block nhỏ có kích thước $K \times K$. Tổ hợp các khối ảnh này tạo nên ảnh I ban đầu. Hình 3.3 minh họa quá trình tách ảnh ma trận với kích thước không vuông thành các block $K \times K$ pixels.

Áp dụng ma trận chuyển đổi (2) vào các block ảnh. Quá trình này gồm 2 bước như phân đoạn ảnh và phục hồi ảnh :

3.1. Phân đoạn ảnh

Xét dãy một chuỗi các tín hiệu gốc ban đầu (hay giá trị các pixels tương ứng) $x_1, x_2, \dots, x_n$, và giá trị tín hiệu chuyển đổi $x'_1, x'_2, \dots, x'_n$. Ta có:

$$x'_n = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \sqrt{2}$$

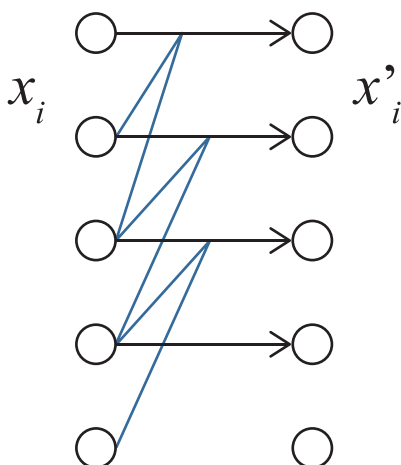
Hình 3.1 minh họa quá trình phân đoạn chuỗi tín hiệu từ x_i thành x'_i .

3.2. Phục hồi ảnh

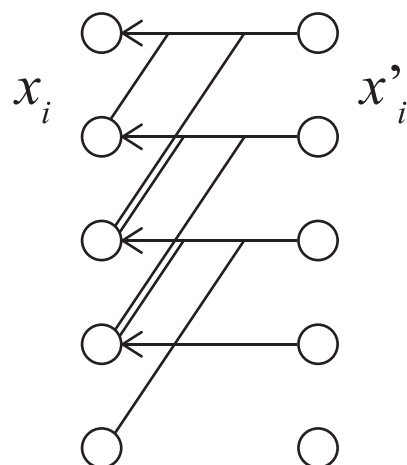
Quá trình phục hồi là quá trình ngược của quá trình phân đoạn. Hình 3.2 mô tả quá trình phục hồi lại chuỗi tín hiệu ban đầu x'_i thành x_i .

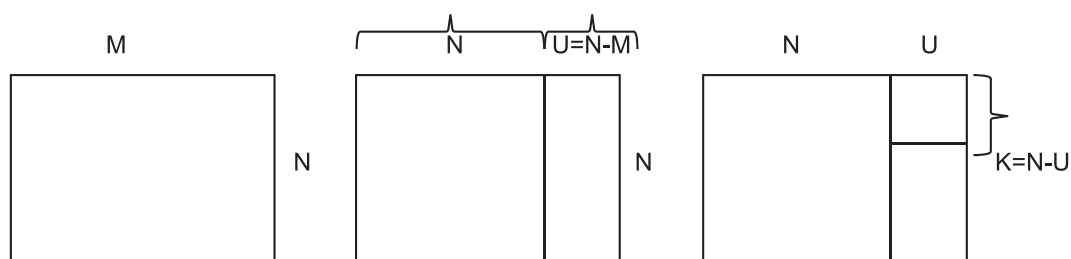
$$x_n = \frac{3x'_n - x_{n+1} - x_{n+2}}{\sqrt{2}}$$

Hình 3.1. Quá trình phân đoạn



Hình 3.2. Quá trình phục hồi



Hình 3.3. Quá trình chia ảnh gốc thành các block ảnh

Tương ứng với từng block ảnh ta chọn được nhiều khóa p tương ứng nằm trong khoảng dao động cho phép (3) với kết quả tính toán của chuỗi Fibonacci.

4. KẾT LUẬN - THẢO LUẬN

Chúng tôi vừa trình bày phương pháp biến đổi ảnh mới dựa trên sự kết hợp của

chuỗi Fibonacci và ma trận Rademacher. Phương pháp này tăng cường độ bảo mật của phép biến đổi nhờ vào giá trị của khóa p để tạo ra chuỗi Fibonacci. Triển vọng trong tương lai của đề tài có thể áp dụng phép biến đổi này vào các hệ thống watermarking hay steganography.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Keh-Chiarng Huarng . “*A unitary transformation method for angle-of-arrival estimation*”. Signal Processing, IEEE Transactions on.
2. Corinthios, M.J. “*A generalized transform, grouping, Fourier, Laplace and Z transforms* – DOI 10.1109/ICM-02.2002.1161523.
3. Haar, Alfred (1910). “*Zur Theorie der orthogonalen Funktinensysteme*”. Mathematische Annalen 69 (3): 331–371. DOI:10.1007/BF01456326.
4. Macci, E. “*Using symbolic Rademacher-Walsh spectral transforms to evaluate the correlation between Boolean functions*” VLSI, 1995. Proceedings., Fifth Great Lakes Symposium.
5. Bennetts, R.G. “*Rademacher-Walsh spectral transform: a new tool for problems in adigital-network fault diagnosis?*” Computers and Digital Techniques, IEE Journal.
6. Gevorkian, D.Z. “*Parallel algorithms and VLSI architectures for stack filtering using Fibonacci p-codes*”. Signal Processing, IEEE Transactions.
7. Hsu, W.-J. “*Fibonacci cubes-a new interconnection Topology*” Parallel and Distributed Systems, IEEE Transactions.
8. Fernandes, F.C.A.; van Spaendonck, R.L.C.; Burrus, C.S. “*Multidimensional, mapping-based complex wavelet transforms*”. DOI 10.1109/TIP.2004.838701.

(Ngày nhận bài: 04/03/2013; Ngày phản biện: 06/03/2013; Ngày chấp nhận đăng: 27/05/2013).