

TRẠNG THÁI RỐI LƯỢNG TỬ VÀ GIAO THỨC VIỄN TẢI LƯỢNG TỬ

Lê Đức Vinh¹, Nguyễn Thị Hồng², Lê Thị Phụng², Cao Long Vân³

TÓM TẮT

Tin học lượng tử và viễn tải lượng tử là những nội dung nghiên cứu quan trọng của quang học lượng tử. Trong bài báo [1], các tác giả đã giới thiệu những khái niệm cơ bản của ba khoa học liên môn gồm: khoa học máy tính, toán học và vật lý. Tuy nhiên bài báo chỉ giới thiệu một cách hết sức tổng quan. Trong bài báo này, chúng tôi sẽ tập trung vào các trạng thái đan rối lượng tử, phương pháp để tính độ đan rối của các trạng thái và giao thức viễn tải lượng tử - cơ sở của một cuộc cách mạng lượng tử trong tin học mà chúng ta mong đợi trong tương lai không xa.

Từ khóa: *Viễn tải lượng tử, trạng thái đan rối, độ đan rối lượng tử, entropy von Neumann, concurrence, trạng thái Bell, công lượng tử.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Nếu coi việc tìm ra năng lượng hạt nhân với thí nghiệm bắn phá hạt nhân nguyên tử của Ernest Rutherford năm 1919 là phát kiến mới về năng lượng và việc chế tạo thành công transistor đầu tiên năm 1948 bởi John Bardeen, Walter Brattain và William Shockley (Giải Nobel năm 1956) là viên gạch đầu tiên đặt nền móng cho sự phát triển như vũ bão của khoa học và công nghệ thế kỷ trước, thì việc “phát hiện” ra qubit (bit lượng tử) và đưa ra các trạng thái đan rối chính là khởi nguồn cho một cuộc cách mạng hứa hẹn sẽ “nở ra” và thành công vang dội trong thế kỷ này - cuộc cách mạng lượng tử trong tin học. Theo định lý Moore, lượng thông tin mà chúng ta lưu trữ và xử lý được trong các vi mạch sẽ tăng gần như tuyến tính theo thời gian. Theo đó, thiết bị điện tử mà chúng ta đang sử dụng sẽ ngày càng được cải tiến nhỏ hơn nữa và dung lượng lưu trữ cũng như tốc độ xử lý ngày càng cao. Tuy nhiên, việc thực hiện cả hai yêu cầu trên lại chính là thách thức lớn mà chúng ta không thể vượt qua. Khó khăn nảy sinh chính là khi con người chế tạo máy tính hiện nay, chúng ta luôn cố gắng đi tìm một hệ vật lý như bóng chân không, linh kiện bán dẫn ... để thực hiện các cơ chế đóng ngắt vi mạch tạo ra các bit thông tin.

¹ Giảng viên Trường THPT Tinh Gia 5, Thị trấn Tinh Gia, Thanh Hóa

² Giảng viên khoa Khoa học Tự Nhiên, Trường Đại học Hồng Đức

³ Giảng viên Trường đại học Zielona Góra, Ba Lan

Ngày nay, tư duy của chúng ta bắt đầu thay đổi khi những yêu cầu về lưu trữ và xử lý thông tin tăng ngày một tiệm cận với giới hạn của các vi mạch điện tử. Thay vì đi tìm các hệ vật lý thực hiện việc lưu trữ và xử lý thông tin, chúng ta sẽ cố gắng thực hiện việc lưu trữ và xử lý thông tin ngay trên chính các hệ vật lý. Đây chính là ý tưởng ban đầu cho sự hình thành một lý thuyết đang phát triển mạnh mẽ hiện nay là lý thuyết thông tin lượng tử. Khái niệm cơ bản và quan trọng nhất của lý thuyết thông tin lượng tử chính là qubit (bit lượng tử). Thuật ngữ này được đưa ra lần đầu tiên bởi Benjamin Schuracher năm 1995. Theo đó thì qubit là một véc tơ trong không gian Hilbert hai chiều được biểu diễn dưới dạng [1].

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \quad (1)$$

Trong đó, hai trạng thái $|0\rangle$ và $|1\rangle$ lập thành một hệ cơ sở trực chuẩn, a và b là các số phức thỏa mãn điều kiện chuẩn hóa $|a|^2 + |b|^2 = 1$. Trong không gian Hilbert hai chiều, ta có thể biểu diễn các trạng thái $|0\rangle$ và $|1\rangle$ dưới dạng ma trận như sau:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ và } |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Những kiến thức rất cơ bản trên tưởng như chẳng còn gì để khai thác nhưng lại đang đem đến cho chúng ta những kết quả không ngờ mà một người có trí tưởng phong phú bao nhiêu cũng không thể nghĩ đến rằng một ngày nào đó chúng ta có thể thực hiện viễn tải lượng tử ở khoảng cách rất xa và chế tạo thành công máy tính lượng tử. Trong phạm vi bài báo này, chúng tôi xin bắt đầu bằng cơ sở để thực hiện giao thức viễn tải lượng tử và những “transistor” cần thiết giúp chúng ta thực hiện thành công giao thức ấy.

2. TRẠNG THÁI ĐAN RỐI (ENTANGLED STATE) VÀ CÁCH TÍNH ĐỘ ĐAN RỐI CỦA TRẠNG THÁI

Để thực hiện quá trình viễn tải lượng tử, các đối tượng tham gia phải chung nhau một trạng thái đan rối của một cặp hai qubit (có thể nhiều hơn 2 qubit). Đó là trạng thái của một hệ lượng tử bao gồm nhiều hệ con có mối quan hệ ràng buộc lẫn nhau.

Xét một trạng thái lượng tử gồm n qubit xác định trong không gian Hilbert $H = H_1 \otimes H_2 \otimes \dots \otimes H_n$ có dạng:

$$|\psi\rangle = c_1|00\dots 0\rangle + c_2|01\dots 0\rangle + \dots + c_{2^n}|11\dots 1\rangle \quad (3)$$

Trong đó c_i với $(i = 1, 2, \dots, 2^n)$ là các hệ số phức thỏa mãn điều kiện chuẩn hóa:

$$\sum_{i=1}^{2^n} |c_i|^2 = 1 \quad (4)$$

Gọi $|\psi\rangle_1, |\psi\rangle_2, \dots, |\psi\rangle_n$ lần lượt là các trạng thái trong các không gian Hilbert $H_1, H_2, \dots, H_n$. Khi đó, trạng thái $|\psi\rangle$ được gọi là trạng thái phân tách được nếu ta có thể biểu diễn nó được dưới dạng tích tenxơ của các trạng thái $|\psi\rangle_i$ có dạng $|\psi\rangle = |\psi\rangle_1 \otimes |\psi\rangle_2 \otimes \dots \otimes |\psi\rangle_n$. Trong trường hợp ngược lại, nếu ta không thể viết $|\psi\rangle$ dưới dạng biểu thức trên thì $|\psi\rangle$ được gọi là **trạng thái đan rối** của hệ gồm n qubit.

Để hiểu rõ hơn về khái niệm trạng thái đan rối, chúng ta xét trạng thái của một hệ gồm hai qubit A và B. Với hai bit cổ điển, chúng ta có 4 trạng thái 00, 01, 10 và 11. Đối với qubit, ngoài các trạng thái tương ứng với các trạng thái cổ điển là $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle$ và $|11\rangle$ còn có các trạng thái là tổ hợp của chúng có dạng:

$$|\psi\rangle_{AB} = c_{00}|00\rangle + c_{01}|01\rangle + c_{10}|10\rangle + c_{11}|11\rangle \quad (5)$$

Với các hệ số phức c_{00}, c_{01}, c_{10} và c_{11} thỏa mãn các điều kiện chuẩn hóa

$$|c_{00}|^2 + |c_{01}|^2 + |c_{10}|^2 + |c_{11}|^2 = 1$$

Trong đó, các trạng thái $|00\rangle = |0\rangle|0\rangle, |01\rangle = |0\rangle|1\rangle, |10\rangle = |1\rangle|0\rangle$ và $|11\rangle = |1\rangle|1\rangle$ lập thành một hệ cơ sở trực chuẩn của không gian Hilbert 4 chiều $H_4 = H_2 \otimes H_2$. Tùy vào giá trị của các biên độ xác suất c_{00}, c_{01}, c_{10} và c_{11} mà trạng thái $|\psi\rangle_{AB}$ sẽ là một trạng thái phân tách được hoặc trạng thái đan rối.

Ví dụ: Trạng thái $|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$ là một trạng thái phân tách được vì chúng ta luôn có thể phân tích trạng thái này dưới dạng tích tenxơ của hai trạng thái trong không gian Hilbert hai chiều dưới dạng

$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

Trong khi đó trạng thái $|\phi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$ là một trong các trạng thái đan rối.

Bởi vì, nếu trạng thái này không phải là một trạng thái đan rối thì chúng ta phải luôn biểu diễn được nó dưới dạng tích tenxơ của hai trạng thái nào đó trong không gian Hilbert hai chiều dưới dạng:

$$|\phi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) = (c_0|0\rangle + c_1|1\rangle) \otimes (d_0|0\rangle + d_1|1\rangle) = c_0d_0|00\rangle + c_0d_1|01\rangle + c_1d_0|10\rangle + c_1d_1|11\rangle$$

Trong đó các hệ số c_0, c_1, d_0 và d_1 phải hoàn toàn xác định. Khi đó, chúng phải thỏa mãn hệ phương trình rút ra từ đồng nhất thức như sau:

$$c_0 d_0 = 0, c_0 d_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, c_1 d_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, c_1 d_1 = 0$$

Trong thực tế thì hệ các phương trình trên là vô nghiệm, nghĩa là ta không thể tìm ra một sự phân tích nào của $|\phi\rangle_{AB}$ dưới dạng tích tenxơ của hai trạng thái bất kỳ trong không gian Hilbert hai chiều H_2 . Khi đó trạng thái $|\phi\rangle_{AB}$ rõ ràng là một trạng thái đan rối của hệ hai qubit A và B.

Một câu hỏi nảy sinh là liệu các trạng thái đan rối có tương đồng nhau về mặt vật lý? Câu trả lời là không bởi mỗi trạng thái có độ đan rối khác nhau và chính sự khác nhau về độ đan rối lượng tử đó sẽ quyết định việc chúng sẽ có vai trò như thế nào trong giao thức viễn tải lượng tử. Vậy làm thế nào để chúng ta tính được độ đan rối của một trạng thái lượng tử? Một trong những cách tính độ đan rối lượng tử đó chính là cách tính bằng entropy von Neumann [2].

Giả sử chúng ta cần tính độ đan rối của một trạng thái hai qubit A và B được biểu diễn dưới dạng ma trận mật độ:

$$\rho_{AB} = |\psi\rangle\langle\psi| \quad (6)$$

Khi đó, chúng ta xác định được các vết cục bộ trên các qubit A và B như sau [2],[6]

$$\rho_A = \text{Tr}_B(\rho_{AB}) \text{ và } \rho_B = \text{Tr}_A(\rho_{AB})$$

Đối với ma trận mật độ của hai qubit ρ_{AB} , entropy von Neumann được xác định như sau:

$$S(\rho_A) = -\text{Tr}(\rho_A \log_2 \rho_A) = -\text{Tr}(\rho_B \log_2 \rho_B) = S(\rho_B) \quad (7)$$

Độ đan rối của một trạng thái đan rối cực đại sẽ có giá trị bằng 1 trong khi các trạng thái phân tách được sẽ có độ đan rối bằng không.

Ở trạng thái tinh khiết, tính độ đan rối bằng entropy von Neumann tương đương với entropy Shannon cổ điển. Tuy nhiên đối với các trạng thái trộn, cách tính entropy như trên sẽ trở nên phức tạp hơn, chúng ta có thể sử dụng cách tính đơn giản hơn - tính concurrence được đưa ra năm 1998 bởi William K. Wootters [3]. Đây được xem là một phương án đơn giản vì cách tính của nó dựa trên các ma trận và trị riêng của ma trận.

Giả sử ta cần tính độ đan rối của một trạng thái $|\psi\rangle$, ta đưa vào một trạng thái đảo spin.

$$|\tilde{\psi}\rangle = \sigma_y |\psi^*\rangle \quad (8)$$

Trong đó, $|\psi^*\rangle$ là liên hợp phức của trạng thái $|\psi\rangle$ và σ_y là ma trận Pauli chuyển

$$\text{pha } \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}.$$

Ma trận mật độ của hệ hai qubit A và B được xác định như sau $\rho_{AB} = |\psi\rangle\langle\psi|$.

Khi đó, ma trận mật độ đảo spin có dạng:

$$\tilde{\rho}_{AB} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho_{AB}^* (\sigma_y \otimes \sigma_y) \quad (9)$$

Với một trạng thái $|\psi\rangle$, concurrence C được định nghĩa là:

$$C(|\psi\rangle) = |\langle\psi|\tilde{\psi}\rangle| \quad (10)$$

Hay:

$$C(\rho_{AB}) = \max\{0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}\} \quad (11)$$

và các giá trị λ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) là các trị riêng của ma trận Hermitian:

$$R = \rho_{AB} \tilde{\rho}_{AB} = \rho_{AB} (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho_{AB}^* (\sigma_y \otimes \sigma_y) \quad (12)$$

Độ đan rối của trạng thái này cũng có thể được một cách gián tiếp thông qua entropy Shannon:

$$E(\rho_{AB}) = h\left(\frac{1 + \sqrt{1 - C^2}}{2}\right) \quad (13)$$

với:

$$h(x) = -x \log_2 x - (1-x) \log_2 (1-x) \quad (14)$$

Cũng giống như entropy, concurrence thay đổi trong khoảng từ 0 đến 1. Với trạng thái phân tách được, độ đan rối concurrence bằng 0, độ đan rối concurrence có giá trị bằng 1 với các trạng thái có độ đan rối cực đại.

Các trạng thái 2 qubit có độ đan rối cực đại bằng 1 (ebit) tương ứng với các trạng thái Bell

$$|B_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle); |B_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle); |B_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) \text{ và } |B_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$$

Bây giờ, chúng ta sẽ minh họa 2 cách tính độ đan rối nói trên bằng việc tính độ đan rối của trạng thái:

$$|\psi\rangle_{AB} = c_{00}|00\rangle + c_{01}|01\rangle + c_{10}|10\rangle + c_{11}|11\rangle \quad (15)$$

Ma trận mật độ của hệ 2 qubit có dạng:

$$\rho_{AB} = |\psi\rangle_{AB} \langle\psi| = \begin{bmatrix} c_{00}c_{00}^* & c_{00}c_{01}^* & c_{00}c_{10}^* & c_{00}c_{11}^* \\ c_{01}c_{00}^* & c_{01}c_{01}^* & c_{01}c_{10}^* & c_{01}c_{11}^* \\ c_{10}c_{00}^* & c_{10}c_{01}^* & c_{10}c_{10}^* & c_{10}c_{11}^* \\ c_{11}c_{00}^* & c_{11}c_{01}^* & c_{11}c_{10}^* & c_{11}c_{11}^* \end{bmatrix} \quad (16)$$

Khi đó theo [4] ta có:

$$\rho_B = Tr_A(\rho_{AB}) = \begin{bmatrix} (|c_{00}|^2 + |c_{10}|^2) & c_{00}c_{01}^* + c_{10}c_{11}^* \\ c_{01}c_{00}^* + c_{11}c_{10}^* & (|c_{01}|^2 + |c_{11}|^2) \end{bmatrix} \quad (17)$$

Thực hiện việc tính trị riêng của ma trận trên với lưu ý $\sum_{i,j=1}^2 |c_{ij}|^2 = 1$ chúng ta thu được hai trị riêng:

$$\lambda_{1,2}^B = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4|c_{00}c_{11} - c_{01}c_{10}|^2}}{2} \quad (18)$$

Đặt $C = 2|c_{00}c_{11} - c_{01}c_{10}|$ chính là concurrence của trạng thái tính khiết $|\psi\rangle_{AB}$.

Đối với trạng thái trộn, sử dụng công thức (12) ta cũng có thể tính được concurrence C và từ đó áp dụng công thức tính độ đan rối theo entropy Shannon như sau:

$$E(\rho_{AB}) = \left(\frac{1 + \sqrt{1 - C^2}}{2} \right) \log_2 \left(\frac{1 + \sqrt{1 - C^2}}{2} \right) + \left(1 - \frac{1 + \sqrt{1 - C^2}}{2} \right) \log_2 \left(1 - \frac{1 + \sqrt{1 - C^2}}{2} \right) \quad (19)$$

3. CÁC CỔNG LƯỢNG TỬ ĐƠN GIẢN THỰC HIỆN GIAO THỨC VIỄN TẢI LƯỢNG TỬ

Tương tự như trong tin học cổ điển, việc xử lý các bit cổ điển được thực hiện thông qua các cổng logic AND, OR và NOT thì trong giao thức viễn tải lượng tử, việc xử lý các qubit được thực hiện thông qua các cổng lượng tử bao gồm các cổng [4].

- Cổng Hadamard (thiết lập dựa trên ma trận Hadamard): $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

Cổng này có tác dụng biến một trạng thái xác định thành một trạng thái mà trong đó xác suất tồn tại trong các trạng thái $|0\rangle$ và $|1\rangle$ là bằng nhau. Nghĩa là:

$$H|0\rangle = H \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \text{ và } H|1\rangle = H \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

- Cổng NOT có dạng biểu diễn ma trận là $N = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Đây chính là cổng phủ định, biến trạng thái $|0\rangle$ thành $|1\rangle$ và trạng thái $|1\rangle$ thành $|0\rangle$.

- Cổng chuyển pha có dạng ma trận là $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\theta) \end{bmatrix}$.

• Trong trường hợp đặc biệt $\theta = \pi$ ta có cổng $Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Cổng này giữ nguyên trạng thái $|0\rangle$ và chuyển trạng thái $|1\rangle$ thành $-|1\rangle$.

• Cổng phủ định có điều khiển hai qubit CN =
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Cổng này hoạt động theo nguyên tắc là qubit đứng trước sẽ điều khiển qubit đứng sau. Nếu qubit đứng trước ở trạng thái $|0\rangle$ thì trạng thái của qubit đứng sau được giữ nguyên. Trường hợp qubit đứng trước ở trạng thái $|1\rangle$ thì qubit đứng sau bị phủ định.

$$\text{CN}|0\rangle|0\rangle = |0\rangle|0\rangle, \text{CN}|0\rangle|1\rangle = |0\rangle|1\rangle, \text{CN}|1\rangle|0\rangle = |1\rangle|1\rangle, \text{CN}|1\rangle|1\rangle = |1\rangle|0\rangle$$

4. SỬ DỤNG TRẠNG THÁI ĐƠN RỜI VÀ CÁC CỔNG LƯỢNG TỬ ĐỂ THỰC HIỆN GIAO THỨC VIỄN TẢI LƯỢNG TỬ

Trong phần này chúng tôi sẽ trình bày việc thực hiện một giao thức viễn tải lượng tử để lan truyền một trạng thái lượng tử mà không cần một đường truyền trạng thái đó như các phương án viễn tải thông thường.

Giả sử rằng Alice (A) muốn gửi tới Bob (B) đang ở một nơi rất xa một trạng thái lượng tử $|\psi\rangle = x|0\rangle_A + y|1\rangle_A$ mà cô hoàn toàn không nắm được những thông tin về nó.

Giống như việc cô muốn chuyển cho Bob một hộp đen nhưng hoàn toàn không biết bên trong chứa thứ gì. Cô cũng không thể mở ra xem bởi khi cô mở ra thì thứ bên trong đó lại biến mất. Cô chỉ có thể thực hiện những phép đo và gửi cho Bob những kết quả đo theo một kênh thông tin cổ điển nào đó. Đây là một khó khăn khi Alice không thể tiến hành đo nhiều lần để xác định gần đúng các giá trị x và y theo kiểu xác suất phép đo. Mặt khác cho dù cách thức ấy được chấp nhận thì thông tin thu được sẽ thất thoát bởi những kết quả thống kê nhiều lần đo chỉ thu được gần đúng giá trị của x và y so với trạng thái cần gửi. Tuy nhiên nếu Bob và Alice chung nhau một trong các trạng thái đan rối (chẳng hạn như trạng thái Bell-có độ đan rối $E=1$) có dạng:

$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B) \quad (20)$$

Thì mục đích trên trở nên có thể thực hiện được. Khi đó, trạng thái phức hợp của tất cả các qubit (cả các qubit mà Alice muốn chuyển đi và các qubit mà Bob và Alice chung nhau trong trạng thái đan rối) lúc này là:

$$(x|0\rangle_A + y|1\rangle_A) \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B) = \frac{x}{\sqrt{2}}|0\rangle_A|0\rangle_B + \frac{x}{\sqrt{2}}|0\rangle_A|1\rangle_B + \frac{y}{\sqrt{2}}|1\rangle_A|0\rangle_B + \frac{y}{\sqrt{2}}|1\rangle_A|1\rangle_B$$

Chưa thực hiện phép đo, Alice tiến hành tác dụng cổng CN lên trạng thái hợp phần này. Đương nhiên, cổng CN chỉ tác dụng lên những qubit mà cô có (đánh dấu bằng chữ A).

Trạng thái thu được là:

$$\frac{x}{\sqrt{2}}|0\rangle_A|0\rangle_B + \frac{x}{\sqrt{2}}|0\rangle_A|1\rangle_B + \frac{y}{\sqrt{2}}|1\rangle_A|1\rangle_B + \frac{y}{\sqrt{2}}|1\rangle_A|0\rangle_B$$

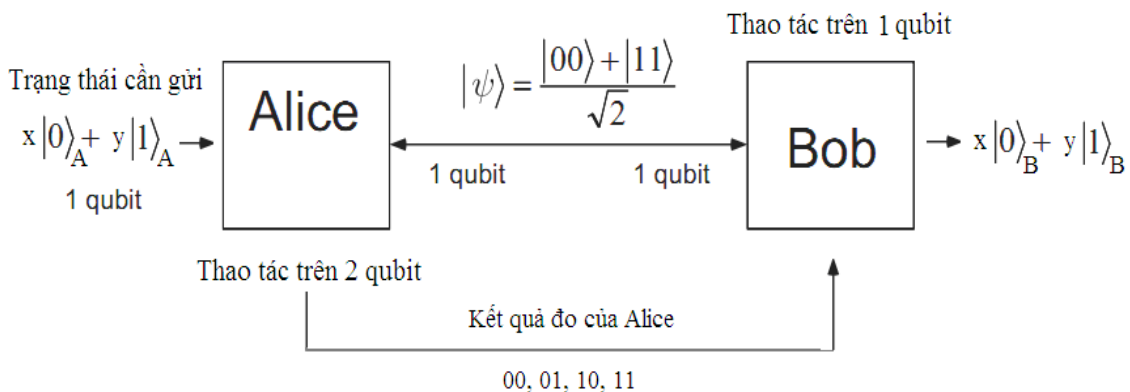
Alice tiếp tục tác dụng cổng Hadamard qubit bên trái và thu được trạng thái:

$$\begin{aligned} & \frac{x}{2}|0\rangle_A|0\rangle_B + \frac{x}{2}|1\rangle_A|0\rangle_B + \frac{x}{2}|0\rangle_A|1\rangle_B + \frac{x}{2}|1\rangle_A|1\rangle_B \\ & + \frac{y}{2}|0\rangle_A|1\rangle_B + \frac{y}{2}|1\rangle_A|1\rangle_B + \frac{y}{2}|0\rangle_A|0\rangle_B + \frac{y}{2}|1\rangle_A|0\rangle_B \end{aligned}$$

Sau khi tách qubit của Bob và nhóm các phần tử lại chúng ta có trạng thái sau:

$$\frac{1}{2}|0\rangle_A|0\rangle_B(x|0\rangle_B + y|1\rangle_B) + \frac{1}{2}|0\rangle_A|1\rangle_B(x|1\rangle_B + y|0\rangle_B) + \frac{1}{2}|1\rangle_A|0\rangle_B(x|0\rangle_B - y|1\rangle_B) + \frac{1}{2}|1\rangle_A|1\rangle_B(x|1\rangle_B - y|0\rangle_B)$$

Bây giờ Alice có thể tiến hành phép đo trên trạng thái cuối cùng này và đương nhiên cô sẽ thu được các kết quả cổ điển là 00, 01, 10 và 11 với cùng xác suất bằng 1/4. Sau khi Alice gửi cho Bob kết quả đo được trong lần đo bất kỳ theo một kênh cổ điển thì Bob chỉ cần thực hiện thao tác với qubit mình (đánh dấu bằng chữ B) đang có bằng các cổng lượng tử là có thể thu được trạng thái mà Alice muốn gửi cho anh.



Hình 1. Sơ đồ nguyên lý của giao thức viễn tải lượng tử

Các kết quả đo của Alice và thao tác tương ứng của Bob để thu được trạng thái mà Alice cần gửi được tổng hợp ở bảng dưới đây:

Kết quả đo của Alice gửi cho Bob	Trạng thái trên qubit mà Bob có	Thao tác của Bob trên qubit của mình sau khi nhận kết quả đo của Alice	Trạng thái Bob thu được sau thao tác trên qubit của mình
00	$x 0\rangle_B + y 1\rangle_B$	Không phải thao tác gì	$x 0\rangle_B + y 1\rangle_B$
01	$x 1\rangle_B + y 0\rangle_B$	Tác dụng cổng đảo N	$x 0\rangle_B + y 1\rangle_B$
10	$x 0\rangle_B - y 1\rangle_B$	Tác dụng cổng chuyển pha Z	$x 0\rangle_B + y 1\rangle_B$
11	$x 1\rangle_B - y 0\rangle_B$	Tác dụng cổng chuyển pha Z sau đó là cổng đảo N	$x 0\rangle_B + y 1\rangle_B$

Như vậy, mặc dù Alice không biết trạng thái lượng tử cần truyền đi mà chỉ gửi cho Bob những kết quả đo thu được trên 2 qubit của mình nhưng Bob vẫn có thể thao tác trên chính qubit mà anh có để biết được thông tin về trạng thái mà Alice muốn gửi cho anh. Cần phải lưu ý rằng theo quan điểm của trường phái Copenhagen thì sau khi Alice tiến hành đo trên 2 qubit thì trạng thái của qubit cần truyền đi cũng bị phá vỡ (collapse). Điều này có nghĩa là quá trình viễn tải nói trên là quá trình chuyển đi trạng thái của qubit cần truyền chứ không phải là quá trình truyền đi chính qubit đó. Quá trình đó hoàn toàn bảo mật bởi trạng thái của qubit cần truyền sau khi Alice đo sẽ bị phá hủy còn Bob thì nhận được thông tin về trạng thái đó bởi chính thao tác trên qubit nơi anh đang làm thí nghiệm. Chẳng hề có thông tin hay vật chất nào bị “đánh cắp” bởi mọi nỗ lực của “tin tặc” may chăng chỉ là biết được kết quả đo 00, 01, 10 hoặc 11 mà Alice gửi cho Bob theo kênh cổ điển. Điều đó thật vô nghĩa bởi “tin tặc” này chẳng biết Bob và Alice chung nhau cặp đan rối nào để thao tác giống như Bob nhằm thu được thông tin trạng thái mà Alice truyền đi.

Năm 2012, một nhóm nghiên cứu do nhà khoa học Anton Zeilinger đã thực hiện thành công thí nghiệm viễn tải lượng tử giữa hai hòn đảo cách nhau 143 km [7]. Rõ ràng trong một tương lai không xa, viễn tải lượng tử sẽ cho phép chúng ta truyền thông tin ở những khoảng cách xa hơn và mở ra một cuộc cách mạng lượng tử trong tin học và truyền thông.

Một câu hỏi thú vị là liệu có sự khác biệt nào giữa việc viễn tải lượng tử với nguồn rối có độ đan rối cực đại ($E=1$) mà chúng ta nói ở trên với viễn tải lượng tử với nguồn các trạng thái có độ đan rối không cực đại ($E<1$)? Chúng ta sẽ trả lời câu hỏi thú vị trên bằng một so sánh thú vị khác. Hãy tưởng tượng rằng việc thực hiện viễn tải lượng tử

dùng nguồn trạng thái rối có độ đan rối cực đại giống như việc bạn dùng mạng điện thoại cố định (có dây) còn việc viễn tải lượng tử có nguồn rối không cực đại giống như việc bạn dùng mạng điện thoại di động (không dây). Nếu bạn sử dụng mạng điện thoại có dây, bạn có thể đảm bảo việc truyền tải thông tin là chắc chắn thực hiện được giữa bạn và người nhận mà vai trò của người điều hành hệ thống là mờ nhạt và khả năng bảo mật không quá cao vì bạn có thể bị nghe lén một cách dễ dàng. Tuy nhiên nếu bạn sử dụng mạng điện thoại không dây, cuộc gọi của bạn đôi khi có một chút trục trặc (do lỗi mạng) nhưng vai trò của người điều hành (nhà mạng) là rất rõ ràng và thể hiện rất rõ quyền lực của họ trong việc điều hành quá trình truyền thông tin. Tuy nhiên ưu điểm của mạng này đó là tính bảo mật cao hơn so với mạng điện thoại dây.

5. KẾT LUẬN

Với sự xuất hiện của trạng thái đan rối và giao thức viễn tải lượng tử, chúng ta hoàn toàn có thể nghĩ đến một cuộc cách mạng thông tin lượng tử trong tương lai gần. Tuy nhiên, việc tạo ra các nguồn rối cực đại là hết sức khó khăn. Do đó, xu hướng tất yếu hiện nay là nghiên cứu các quá trình viễn tải lượng tử có điều khiển sử dụng nguồn rối không cực đại. Trong các bài báo tiếp theo, chúng tôi sẽ tiếp tục giới thiệu về cách thức để tạo ra các nguồn rối có độ đan rối cao và việc sử dụng các nguồn rối không cực đại vào quá trình viễn tải lượng tử.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Văn Hóa, Nguyễn Mạnh An, Cao Long Vân (2014), *Ở ngưỡng cửa của cách mạng lượng tử trong tin học*, Tạp chí khoa học trường Đại học Hồng Đức, số 19.
- [2] S. Pirandola, J. Eisert, C. Weedbook, Furusawa, S.L. Braustein (2015), *Advances in quantum teleporation*, Arxiv: 1505.07831.
- [3] William K. Wootters (2001), *Entanglement of fotation and concurrence*, *Quantum information and computation*, Vol 1, No 1 , 27-44.
- [4] Sebastian Ahner (2006), *Topics in Quantum Information Theory*, Lent Term.
- [5] Micheal A. Nielsen, Isaac L. Chuang (2010), *Quantum computation and quantum information*, Cambridge University Press.
- [6] Greeg Jaeger (2009), *Entanglement, information and the interpretation of quantum mechanics*, 50 - 52.
- [7] <http://www.pcworld.com.vn/articles/cong-nghe/cong-nghe/2012/09/1233329/ky-luc-moi-ve-vien-tai-luong-tu/>.
- [8] <http://physicsworld.com>. *Two quantum properties teleported together for first time*.

ENTANGLED STATE AND STYLE OF QUANTUM TELEPORTATION

Le Duc Vinh , Nguyen Thi Hong, Le Thi Phuong, Cao Long Van

ABSTRACT

Quantum computation and quatum teleproration are important parts of quantum optics. In article [1], the authors introduced several conception of three related sciences: computer science, mathematics and physics. However, the conceptions that were introduced are very fundamentally. In this paper, we will concentrate in quantum entangled state, the method to caculate entanglement of quantum states and style of quantum teleportation – foundation of quantum information science revolution in nearly future.

Keywords: *Quantum teleportation, entangled state, entanglement, entropy von Neumann, concurrence, Bell state, quatum gate.*